



УДК 004.2

## OPTIMIZATION OF THE PRODUCTION PROGRAM OF THE ENTERPRISE

## ОПТИМІЗАЦІЯ ВИРОБНИЧОЇ ПРОГРАМИ ПІДПРИЄМСТВА

Chornobai K. U. / Чорнобай К.Ю.

student / студент

ORCID: 0000-0002-5627-4444

Seidykh O.L. / Сєдих О.Л.

senior lecturer / старший викладач

ORCID: 0000-0003-4590-2019

National University of Food Technologies, Kyiv, Volodymyrska 68, 01601

Національний університет харчових технологій, Київ, Володимирська 68, 01601

**Анотація:** Представлено математичну модель виробничої програми підприємства, у якого попит на продукцію змінюється у часі в залежності від сезону. Загальні витрати складаються з витрат на виробництво, зберігання та доставку із зовні. Можливості підприємства обмежуються максимальною потужністю технологічного обладнання і вмістом складів готової продукції, тому виробнича політика на тривалий часовий період планування визначає періоди, коли попит на готову продукцію буде забезпечений безпосередньо з цеху, а коли із запасів готової продукції на складі. Наведено та здійсненні розрахунки в середовищі MS Excel з використанням надбудови «Поиск решения». Проведена апробація розглянутого методу дозволяє стверджувати про можливість його застосування та впровадження.

**Ключові слова:** математична модель, виробнича програма, транспортна задача.

**Вступ.** В сучасні економічні вимоги трактують такі вимоги, що виникає потреба у жорсткій оптимізації виробничої програми підприємства, тому що зараз кожна компанія самостійно обирає напрями своєї господарської діяльності і розвитку і може спиратися тільки на власні ресурси, тому важливо вміти визначати, які види продукції та окремі вироби потрібно виробляти і в яких кількостях, щоб отримати максимальний прибуток і мінімізувати витрати, і при цьому вкластися в наявні ресурси.

**Основний матеріал.** Теоретичними проблемами оптимізації виробничої програми підприємства у різні часи займалися такі відомі зарубіжні і вітчизняні вчені, як А.Гранберг, Дж.Данциг, Л.Канторович, В.Новожилов, О.Орлов, В.Царьов та ін.

Не зважаючи на те, що розроблено велику кількість моделей різної повноти і складності, існує певний простір для нових досліджень, особливо в області адаптації існуючих моделей і методів оптимізації виробничої програми до особливостей господарсько-виробничої діяльності кожного підприємства.

Це означає, що проблема оптимізації виробничої програми підприємства залишається актуальною завжди, оскільки її формування залежить від впливу факторів внутрішнього та зовнішнього середовища, які швидко змінюються.

Процес виробництва однорідної продукції протягом періоду планування ставить за мету задоволення попиту, який змінюється у часі в залежності від сезону. Загальні витрати складаються з витрат на виробництво, зберігання та імпортування продукції. Можливості підприємства обмежуються



максимальною потужністю технологічного обладнання і можливим вмістом складів для готової продукції, тому виробнича політика на тривалій часовий період планування визначає періоди, коли попит треба забезпечити виготовленою продукцією безпосередньо з власного цеху, а коли використанням запасів готової продукції або закупівлі цієї продукції у інших підприємств.

Вхідними параметрами цієї задачі є: попит, питомі витрати на випуск одиниці продукції, її зберігання та придбання за імпортом. Необхідно визначити оптимальний графік виробництва, створення запасів ресурсів та готової продукції по періодам, який мінімізує загальні витрати.

Таким чином, мова йде про задачу оптимального управління потоком продукції за схемою «виробництво-запаси-імпорт» з позицій мінімізації загальних витрат.

Для побудови динамічної моделі цього типу скористаємося матричною моделлю транспортної задачі, де у ролі джерел постачання виступають об'єми випуску продукції у часові періоди (рядки матриці), отримання продукції по імпорту чи зі складів, а в ролі споживачів – попит у часові періоди (стовпці матриці).

Модель використовує три матриці: питомих виробничих витрат (початкові дані); плану (звідки, куди і скільки) і витрат на задоволення попиту, і три вектори: попиту ( $P$ ), виробничих потужностей ( $V$ ) і об'ємів складів ( $G$ ), а також величину початкового (перехідного) запасу ( $y_0$ ).

За допомогою рекурентних формул обчислюються витрати на зберігання (чим триваліше зберігання, тим воно дорожче) і розподілу виготовленої продукції по періодам зберігання та постачання.

Проведемо формалізацію задачі та позначимо: весь період планування  $T$  складається з  $n$  часових періодів (місяців); для кожного  $t$ -го періоду постачання (виробництво, склад, імпорт) і  $z$ -го періоду задоволення попиту ( $t, z = 1, \dots, n$ ) задано:

$t$  – поточний номер рядка матриці відповідає періоду випуску;

$z$  – поточний номер стовпця матриці відповідає періоду отримання;

$d_z$  - замовлення на продукт, яке потрібно задовольнити ( $d_z \geq 0$  для всіх  $z$ );

$V$  – матриця питомих витрат, де:

$v_{tt}$  – питомі «чисті» виробничі витрати на випуск і відвантаження одиниці продукту в той же  $t$ -ий період випуску (без зберігання), головна діагональ матриці питомих витрат;

$v_{tz}$  – питомі «брудні» витрати на продукт, який виготовлений в  $t$ -ий і відвантажений у майбутній  $z$ -ий період зі складу ( $z > t$ ), це верхня трикутна підматриця (де з кожним наступним періодом вартість зростає на 0,3 умовні одиниці за рахунок зберігання);

$v_{tz}$  – питомі «форс-мажорні» витрати на продукцію, тобто ця величина у клітинці визначає додаткові досить солідні витрати, пов'язані з невчасно виконаним замовленням – компенсацію втрат замовника із-за затримки поставки замовленої продукції, або забезпечення замовлення за рахунок імпорту;



$P_t$  – максимально допустима виробнича потужність в  $t$ -ий період;

$y_0$  – початковий запас;

$x_{tz}$  – об'єм відвантаження продукції, виготовленої в  $t$ -ий період, споживачам в  $z$ -ий період (у тому числі й  $t$ -ий), елементи цієї матриці треба знайти.

Сформульована задача відноситься до класу оптимізаційних задач.

Знайти матрицю  $X = \{x_{tz}\}$  розміром  $n \times n$ , де  $t, z = 1, \dots, n$  таку, щоб загальні витрати на виробництво, зберігання та імпорт

$$V \cdot X \rightarrow \min$$

при обмеженнях:

$$\sum_{i=1}^n x_{tz} = d_z - \text{повне забезпечення попиту згідно замовлень};$$

$$x_{tt} \leq P_t - \text{випуск в } t\text{-ий період не перевищує максимальної потужності};$$

$x_{tt} \leq G_t$  - випуск в  $t$ -ий період не перевищує максимальний обсяг складського приміщення;

$$x_{tz} - \text{невід'ємні, цілі.}$$

Для розв'язання задачі одним з доступних методів є MS Excel - ефективне середовище для підготовки табличних даних, організації та проведення дослідження на сформованій оптимізаційній моделі. Для розв'язання оптимізаційної задачі застосовується спеціальна програмна надбудова «Поиск решения...», що не потребує капіталовкладення чи відповідної підготовки за межами освітньої програми бакалавр.

Розглянемо приклад рішення задачі оптимізації «виробництво-запаси-імпорт» на прикладі підприємства, що виготовляє безалкогольні напої. Планується діяльність підприємства на 4 місяці, протягом яких продукт виготовляється, частина зразу відвантажується, а залишки у вигляді запасів зберігаються на складі, щоб у відповідний період задовольнити попит. Якщо власними ресурсами попит не забезпечується, або випускати і зберігати виходить дорожче, використовується імпорт. Виробничий процес починається, маючи початковий (перейшов з попереднього періоду планування) запас, величиною 15 од., який зберігається на складі і може бути використаний будь-коли. Задана матриця витрат, де на головній діагоналі – витрати на виробництво (28; 27; 27,8; 29), вище її – витрати на зберігання (за кожен місяць 0,3 од.), нижче її – витрати на придбання імпорту. Задані обмеження на максимальний об'єм виробництва (потужність) - (60; 62; 64; 66), на попит – (58;36;34;59) та на складські приміщення - в усі періоди 45 од., а також необхідно забезпечити, щоб наступний виробничий процес (вересень-грудень) починався, маючи початковий запас, величиною 7 од. Відомо, що витрати на зберігання початкового запасу у кожний початковий місяць періоду планування дорівнює половині витрат на зберігання за кожен місяць, тобто 0,15 од.

Сформулюємо математичну модель задачі.

Цільова функція, що відповідає сумарним затратам на виробництво, зберігання та імпорт, має вигляд:



$$F = \sum_{t=1}^5 \sum_{z=1}^5 v_{tz} \cdot x_{tz} \rightarrow \min \tag{1}$$

при цьому задача має наступні обмеження:

$$\text{обмеження по потужності: } \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 60 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 62 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 64 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 66 \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} = 15 \end{cases} \tag{2}$$

$$\text{обмеження по попиту: } \begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 58 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 36 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 34 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 59 \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} = 7 \end{cases} \tag{3}$$

$$\text{обмеження на складські приміщення } \begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 45 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 45 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 45 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 45 \end{cases} \tag{4}$$

$$\text{умови невід'ємності } x_{tz} \geq 0, \quad (t=1,\dots,5; z=1,\dots,5) \tag{5}$$

Реалізація рішення задачі в MS Excel наведена на рис. 1.

|    | A                 | B                     | C       | D      | E       | F        | G      | H          | I     | J | K | L | M | N | O |  |
|----|-------------------|-----------------------|---------|--------|---------|----------|--------|------------|-------|---|---|---|---|---|---|--|
| 1  |                   | Вартість зберігання = |         |        |         | 0,3      |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 2  | Литомі витрати    | Травень               | Червень | Липень | Серпень | Вересень |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 3  | Випуск (травень)  | 28                    | 28,3    | 28,6   | 28,9    | 29,05    |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 4  | Випуск (червень)  | 500                   | 27      | 27,3   | 27,6    | 27,75    |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 5  | Випуск (липень)   | 500                   | 500     | 27,8   | 28,1    | 28,25    |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 6  | Випуск (вересень) | 500                   | 500     | 500    | 29      | 29,15    |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 7  | Початковий запас  | 0,15                  | 0,45    | 0,75   | 1,05    | 1,2      |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 8  |                   |                       |         |        |         |          |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 9  | Відвантаження     | Травень               | Червень | Липень | Серпень | Вересень | Всього | Потужність | Склад |   |   |   |   |   |   |  |
| 10 | Випуск (травень)  | 45                    | 0       | 0      | 0       | 0        | 45     | 60         | 45    |   |   |   |   |   |   |  |
| 11 | Випуск (червень)  | 0                     | 36      | 0      | 9       | 0        | 45     | 62         | 45    |   |   |   |   |   |   |  |
| 12 | Випуск (липень)   | 0                     | 0       | 34     | 4       | 7        | 45     | 64         | 45    |   |   |   |   |   |   |  |
| 13 | Випуск (вересень) | 0                     | 0       | 0      | 44      | 0        | 44     | 66         | 45    |   |   |   |   |   |   |  |
| 14 | Початковий запас  | 13                    | 0       | 0      | 2       | 0        | 15     | 15         |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 15 | Всього            | 58                    | 36      | 34     | 59      | 7        |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 16 | Попит             | 58                    | 36      | 34     | 59      | 7        |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 17 |                   |                       |         |        |         |          |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 18 |                   |                       |         |        |         |          |        |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 19 | Сумарні витрати   | Травень               | Червень | Липень | Серпень | Вересень | Всього |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 20 | Випуск (травень)  | 1260                  | 0       | 0      | 0       | 0        | 1260   |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 21 | Випуск (червень)  | 0                     | 972     | 0      | 248,4   | 0        | 1220,4 |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 22 | Випуск (липень)   | 0                     | 0       | 945,2  | 112,4   | 197,75   | 1255,4 |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 23 | Випуск (вересень) | 0                     | 0       | 0      | 1276    | 0        | 1276   |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 24 | Початковий запас  | 1,95                  | 0       | 0      | 2,1     | 0        | 4,05   |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 25 | Всього            | 1261,95               | 972     | 945,2  | 1638,9  | 197,75   | 5015,8 |            |       |   |   |   |   |   |   |  |
| 26 |                   |                       |         |        |         |          | ц,ф,   |            |       |   |   |   |   |   |   |  |

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению: 0

минимальному значению

Изменя ячейки:

Ограничения:

Рис. 1. Розрахункова форма оптимізації виробничої програми в MS Excel

Таким чином, матриця потоків показує по рядках об'єми продукції, які замовники отримують зразу чи зі складу, наприклад, січневий випуск продукції відвантажується у січні (45 од.), всього у січні випущено 45 за потужністю 60. Початковий запас відвантажено у січні (23 од.) для задоволення замовлення (58) і у березні (2 од.) для задоволення замовлення (34). Загальні витрати склали



5015.8, які розподілені по періодах споживання.

**Висновки.** При використанні проведеного економіко-математичного моделювання щодо оптимального формування виробничої програми досягається ефективно функціонування підприємства. За рахунок оптимізації виробничої програми керівники підприємства мають можливість швидко відреагувати на зміну попиту на продукцію на ринку та ухвалити науково-обґрунтовані управлінські рішення щодо планування обсягів виробництва. Оптимізація виробничих бізнес-процесів дає можливість більш раціонально використовувати ресурси підприємствам, відповідно, отримувати максимальний прибуток та мінімізувати витрати, що є пріоритетними завданнями для будь-якого підприємства.

#### Література

1. Кузьмичов А.І. Математичне програмування в Excel : навч. посіб. / А.І. Кузьмичов, М.Г. Медведєв. – К. : Вид-во Європ. Ун-ту, 2005. – 320 с.
2. Казаков О.Л., Миненко С.Н., Смирнов Г.Б. Экономико-математическое моделирование: учебно-методическое пособие. – М.: МГИУ, 2006. - 136 с.
3. Конюховский П.В Математические методы исследования операций в экономике: С-Петербург: Питер 2003г. - 208 с.

#### References:

1. Kuzmichov A.I., Medvedev M.G. (2005) Matematichne programuvannia v Excel : navch. posib, Urop, 320.
2. Kazakov O.L., Minenko S.N., Smirnov G.B. (2006) Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie, MGIU, 136.
3. Koniukhovskii P.V (2003) Matematicheskie metody issledovaniia operatsii v ekonomike, Piter, 208.

**Abstract:** *The mathematical model of the production program of the enterprise, whose demand for products changes over time depending on the season, is presented. Total costs consist of production, storage and delivery costs from external sources. The company's capabilities are limited by the maximum capacity of technological equipment and the content of finished product warehouses, so the production policy for a long planning period determines the periods when the demand for finished products will be met directly from the workshop, and when the stocks of finished products in the warehouse. Calculations in the MS Excel environment using the "Solution Search" add-in are also provided. The testing of the method under consideration allows to confirm the possibility of its application and implementation.*

**Key words:** *mathematical model, production program, transport problem.*

Стаття відправлена: 11.03.2019 г.

© Чорнобай К.Ю., Сєдих О.Л.