



УДК 621.316:519.853

APPLICATION OF THE METHOD OF LAGRANGE'S UNDETERMINED MULTIPLIERS IN DETERMINATION OF OPTIMAL REACTIVE POWER COMPENSATION

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ НЕВИЗНАЧЕНИХ МНОЖНИКІВ ЛАГРАНЖА ПРИ РОЗРАХУНКУ ОПТИМАЛЬНОЇ КОМПЕНСАЦІЇ РЕАКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ

Solomchak O.V. / Соломчак О.В.*Ph.D., as.prof. / к.т.н., доц.*

ORCID: 0000-0003-1011-1014

Romaniuk Y.F. / Романюк Ю.Ф.*Ph.D., as.prof. / к.т.н., доц.*

ORCID: 0000-0002-5765-2961

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,**76019, Ukraine, Ivano-Frankivsk, str. Carpathian 15**Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,**76019, Україна, Івано-Франківськ, вул. Карпатська 15*

Анотація. Розглядається методика вибору типу й оптимальної реактивної потужності джерел компенсації реактивного навантаження споживачів нафтогазової галузі за критерієм мінімуму дисконтованих витрат, які включають витрати на генерацію та передачу реактивної потужності споживачам, капітальні вкладення на встановлення компенсувальних пристроїв і витрати на їх експлуатацію. Для визначення оптимального розподілу реактивного навантаження між джерелами використано метод невизначених множників Лагранжа з врахуванням технічних обмежень у вигляді нерівностей, які у випадку їх порушення прирівнюються до граничних значень і оптимізація розподілу реактивної потужності здійснюється між іншими джерелами, обмеження для яких не порушуються.

Ключові слова: реактивна потужність, нафтогазові підприємства, оптимальний розподіл, дисконтовані витрати, функція Лагранжа, конденсаторна батарея, синхронний двигун.

Вступ.

Оптимізація та підвищення енергоефективності розподільчих електричних може бути досягнута шляхом правильного вибору типу, економічно доцільної потужності та розміщення компенсувальних пристроїв (КП). В процесі експлуатації електричної мережі це дозволяє зменшити втрати електроенергії та видатки на її оплату, покращити якість електроенергії і знизити експлуатаційні витрати.

Метою роботи є подальший розвиток і вдосконалення методу оптимальної компенсації реактивної потужності [1] в системах електропостачання (СЕП) з використанням алгоритмізації оптимізаційних задач і застосування сучасної обчислювальної техніки, спрямованих на зниження втрат електроенергії, а також розроблення практичних алгоритмів нелінійного програмування, адаптованих до конкретних завдань оптимізації СЕП.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Враховуючи введення плати за перетікання реактивної електроенергії між електропередавальною організацією та її споживачами [2] багато наукових робіт присвячено питанням компенсації реактивної потужності. Вченими в



галузі компенсації реактивної потужності проведено аналіз існуючої методики обчислення плати за споживання та генерацію реактивної електроенергії, вдосконалюються способи й засоби компенсації, аналізується ефективність різних джерел реактивної потужності, розробляються методи вибору оптимальної потужності компенсувальних пристроїв [3-6].

Основний текст.

Розглянемо методику вибору джерел реактивної потужності за умовою економічності [1]. Такими джерелами можуть бути конденсаторні батареї (КБ), синхронні генератори (СГ), синхронні двигуни (СД) та інші джерела.

Вихідними даними для розрахунків є принципова схема і параметри розподільчої мережі, графіки активних і реактивних навантажень або їх характеристики.

Критерієм вибору оптимальної потужності КП є мінімум сумарних дисконтованих витрат $B_{дс}$, на величину яких впливає зміна технічних та економічних показників, зокрема вартість втрат електроенергії на генерацію реактивної потужності різними джерелами та її передачу мережею до місця споживання.

У загальному випадку в пункт A мережі реактивна потужність може бути передана від декількох джерел (рисунок 1). Задача вибору найекономічніших джерел та їх оптимальної потужності для компенсації реактивного навантаження споживачів зводиться до мінімізації функції сумарних дисконтованих витрат, зумовлених генерацією і передачею реактивної потужності від усіх n джерел до вузла A мережі:

$$B_{дс} = \sum_{\kappa=0}^n (B_{0\kappa} + B_{1\kappa} Q_{\kappa} + B_{2\kappa} Q_{\kappa}^2), \tag{1}$$

де Q_{κ} – реактивні потужності джерел, $\kappa = 1, 2 \dots, n$;

$B_{0\kappa}$ – стала складова дисконтованих витрат;

$B_{1\kappa}, B_{2\kappa}$ – питомі витрати, величина яких залежить від типу КП і параметрів розподільчої мережі.

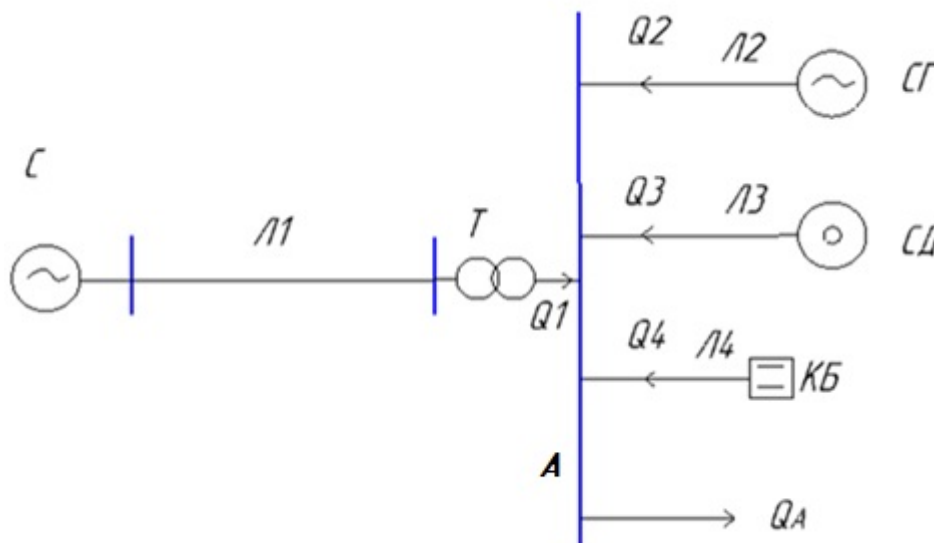


Рис. 1. Схема передачі реактивної потужності від джерел до вузла A



Визначимо дисконтовані витрати та їх складові для вказаних на рис. 1 джерел.

Дисконтовані витрати на передачу реактивної потужності Q_1 від системи С до вузла А включають вартість втрат електроенергії в трансформаторі Т та витрати на передачу потужності Q_1 від системи з врахуванням втрат реактивної потужності в трансформаторі

$$B_1 = \frac{C_{ex} \Delta P_{н.х} 8760}{E} + \frac{DTT_{нб}}{E} Q_1 + \frac{C_{ex} R_T \tau 10^{-3}}{U_{ном}^2 E} Q_1^2 = B_{01} + B_{11} Q_1 + B_{21} Q_1^2, \quad (2)$$

де $\Delta P_{н.х}$ - втрати потужності неробочого ходу знижувального трансформатора (кВт); $U_{ном}$ - номінальна напруга розподільчої мережі споживача (кВ); R_T - активний опір трансформатора, зведений до номінальної напруги вторинної обмотки (Ом); τ - час найбільших втрат (год); D - економічний еквівалент реактивної потужності (кВт/квар); C_{ex} - вартість електроенергії для споживача на межі балансової належності електричних мереж (грн/кВт·год); T - фактична закупівельна ціна електроенергії для електропостачальної організації за розрахунковий період (грн/кВт·год); $T_{нб}$ - час використання найбільшого навантаження; E - норма дисконту.

Дисконтовані витрати на передачу реактивної потужності Q_2 і Q_3 від синхронних генераторів (СГ) і синхронних двигунів (СД) до пункту А включають відповідно вартість втрат електроенергії в СГ і СД та лініях живлення Л2 і Л3:

$$B_2 = \frac{D_{1z} T_{p,z} C_z}{Q_{ном,z} E} Q_2 + \left(\frac{D_{2z} T_{p,z} C_z}{N_z Q_{ном,z}^2 E} + \frac{C_{ex} R_2 \tau 10^{-3}}{N_z U_{ном}^2 E} \right) Q_2^2 = B_{12} Q_2 + B_{22} Q_2^2; \quad (3)$$

$$B_3 = \frac{D_{1cd} T_{p,cd} C_{ex}}{Q_{ном,cd} E} Q_3 + \left(\frac{D_{2cd} T_{p,cd} C_{ex}}{N_{cd} Q_{ном,cd}^2 E} + \frac{C_{ex} R_3 \tau 10^{-3}}{N_{cd} U_{ном}^2 E} \right) Q_3^2 = B_{13} Q_3 + B_{23} Q_3^2, \quad (4)$$

де D_1, D_2 - постійні коефіцієнти, що характеризують втрати активної потужності в СГ(СД) під час генерування ними реактивної потужності (кВт); T_p - тривалість роботи СГ(СД) (год); N - кількість однотипних синхронних генераторів (двигунів); $Q_{ном}$ - номінальна потужність СГ(СД) (квар); R_2, R_3 - активні опори ліній зв'язку Л2 та Л3 (Ом); C_z - собівартість виробництва електроенергії генераторами (грн/кВт·год).

Дисконтовані витрати на передачу реактивної потужності Q_4 від конденсаторної батареї (КБ) включають вартість КБ і комутуючих апаратів, втрати в КБ і лінії живлення Л4

$$B_4 = \left(\left(1 + \frac{\alpha_e}{100E} \right) K_{0кб} + \frac{C_{ex} \Delta P_0 T_{нб}}{E} \right) Q_4 + \frac{C_{ex} R_4 \tau 10^{-3}}{U_{ном}^2 E} Q_4^2 = B_{14} Q_4 + B_{24} Q_4^2, \quad (5)$$

де ΔP_0 - питомі втрати активної потужності в конденсаторних установках (кВт/квар); $K_{0кб}$ - питомі капіталовкладення на 1 квар генерованої потужності конденсаторної батареї (грн/квар); α_e - норма витрат на експлуатацію КБ, %; $T_{нб}$ - час використання найбільшого навантаження (год).

На величину генерованої джерелами реактивної потужності Q_k



накладається ряд обмежень. Для синхронних машин верхня межа визначається умовою допустимих теплових режимів для статора і ротора. Для КБ верхня межа потужності не обмежується (теоретично батарея може бути вибрана будь-якої потужності), а нижня межа дорівнює нулю, так як КБ не може споживати реактивну потужність з мережі. Крім того, повинна задовольнятися умова балансу реактивної потужності у вузлі A , а навантаження елементів розподільчої мережі не повинні перевищувати допустимих значень.

Врахуємо такі обмеження:

$$\begin{aligned} Q_1 &\leq Q_T^{max}; \\ Q_2 &\leq N_2 Q_2^{max}; \\ Q_3 &\leq N_{cd} Q_{cd}^{max}; \\ Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 &= Q_A, \end{aligned} \quad (6)$$

де Q_T^{max} – максимальна реактивна потужність, яка може бути передана через трансформатор у режимі найбільших навантажень без збільшення встановленої потужності трансформатора; Q_2^{max}, Q_{cd}^{max} – максимальні значення реактивних потужностей, які можуть генерувати СГ і СД при їх номінальному навантаженні; Q_A – реактивна потужність, що споживається у вузлі A мережі.

При цьому напруга у вузлі A не повинна виходити за допустимі межі:

$$U_{Amin} \leq U_A \leq U_{Amax}. \quad (7)$$

Поставлена задача є задачею нелінійного програмування і може бути розв'язана методом Лагранжа. Проте цей метод застосовується тільки для задач з обмеженнями у формі рівностей. За наявності нерівностей задача розв'язується у декілька етапів.

Якщо цільова функція $f(x)$ і обмеження визначені, неперервні і мають неперервні похідні на множині X , а множина X обмежена (замкнутість впливає з неперервності функцій обмежень), то за теоремою Вейерштрасса у множині X існують точки, в яких цільова функція $f(x)$ досягає своїх значень максимуму і мінімуму. Якщо шукана точка є внутрішньою точкою множини X , то в ній функція $f(x)$ має локальний максимум чи мінімум, так що ця точка міститься серед стаціонарних точок, в яких похідна дорівнює нулю. Проте свого найбільшого (найменшого) значення цільова функція $f(x)$ може досягати і на межі множини X . Тому, для того щоб знайти найбільше і найменше значення цільової функції $f(x)$ на множині X , потрібно знайти всі стаціонарні внутрішні точки, обчислити значення цільової функції в них і порівняти зі значеннями функції в стаціонарних граничних точках множини X . Таким чином необхідно розв'язати ряд задач з обмеженнями-рівностями, використовуючи метод вилучення змінних або метод множників Лагранжа.

Для пошуку всіх стаціонарних точок потрібно перебрати всі підмножини обмежень. Найбільше і найменше із значень функції в знайдених точках і будуть шуканими найбільшим і найменшим значеннями функції $f(x)$.

Для розв'язання задачі без обмежень-нерівностей запишемо функцію Лагранжа



$$L = B_{01} + B_{11}Q_1 + B_{21}Q_1^2 + B_{12}Q_2 + B_{22}Q_2^2 + B_{13}Q_3 + B_{23}Q_3^2 + B_{14}Q_4 + B_{24}Q_4^2 + \lambda (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 - Q_A). \quad (8)$$

Пошук абсолютного екстремуму функції Лагранжа, який відповідає оптимальному розподілу потужності джерел, здійснимо шляхом її диференціювання та прирівняння до нуля часткових похідних:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial Q_1} &= B_{11} + 2B_{21}Q_1 + \lambda; \\ \frac{\partial L}{\partial Q_2} &= B_{12} + 2B_{22}Q_2 + \lambda; \\ \frac{\partial L}{\partial Q_3} &= B_{13} + 2B_{23}Q_3 + \lambda; \\ \frac{\partial L}{\partial Q_4} &= B_{14} + 2B_{24}Q_4 + \lambda; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 - Q_A = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

де λ - коефіцієнт Лагранжа.

Розв'язавши систему рівнянь (9), визначимо значення потужностей Q_k , які відповідають екстремуму функції (1) з врахуванням обмеження-рівняння системи (6). Оскільки система (9) є лінійною, то її можна розв'язати, наприклад, методом Гауса з використанням стандартного математичного забезпечення.

Якщо одержаний розв'язок не задовольнятиме рівняння обмеження у формі нерівностей, то необхідно почергово замінювати їх рівностями і повторно розв'язувати задачу.

Висновки.

Тип і оптимальна потужність найекономічніших джерел компенсації реактивного навантаження споживачів можуть бути визначені з використанням методу невизначених множників Лагранжа та врахуванням технічних обмежень, заданих у вигляді нерівностей за умови забезпечення балансу реактивних потужностей.

Розрахунки показали, що немає універсального вирішення проблеми вибору джерел для компенсації реактивної потужності навантаження споживачів. Все залежить від вибраної схеми електропостачання, технічних характеристик джерел, обмежень щодо генерування реактивної потужності синхронними двигунами, вартості електроенергії та вартості конденсаторних установок. У кожному конкретному випадку оптимальна схема компенсації буде різною.

Література

1. Карпов Ф. Ф. Компенсация реактивной мощности в распределительных сетях [Текст] / Ф. Ф. Карпов. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.
2. Методика обчислення плати за перетікання реактивної електроенергії між електропередавальною організацією та її споживачами. – К.: Міністерство палива та енергетики України, 2002.



3. Соломчак О. В. Методика вибору та порівняння варіантів компенсації реактивної потужності. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ. - 2005. - 29 с.

4. ГКД-340000002-97. Методика определения экономической эффективности капитальных вложений в энергетику. – К.: Минэнерго Украины, 1997.

5. Романюк Ю. Ф. Електричні системи та мережі: навч. посібник [Текст] / Ю. Ф. Романюк. – К.: Знання, 2007. – 292 с.

6. Соломчак О.В. Алгоритмізація оптимізаційних задач компенсації реактивної потужності // Вісник вінницького політехнічного інституту.- 2012, №2- с.88-92.

Abstract. We consider the method of selecting the type and optimum reactive power sources to compensate for reactive load of oil and gas industry customers according to the criterion of minimum discounted costs which include the costs of generation and transmission of reactive power to consumers, investments for the installation of compensating devices and the cost of their operation. To determine the optimal allocation of reactive load between sources, the method of Lagrange multiplier was used, taking into account technical constraints as inequalities, which in the case of exceeding the limit values are equal to the optimization and distribution of reactive power carried between other sources, restrictions are not violated. An example of choosing the optimal power source to compensate for reactive load for consumers was demonstrated. It has been shown that for reactive power compensation it would be better to use condenser units and partially synchronous motors. It is impractical to use the system as a source of reactive power due to heavy losses on the transfer of reactive power to consumers. The calculation has proved that the integrated use of reactive power sources seems to be the most economical.

Keywords: reactive power, the optimal allocation of discounted costs, Lagrange function, capacitor battery, synchronous motor.

Статья отправлена: 16.03.2019 г.
© Соломчак О.В., Романюк Ю.Ф.