

УДК 681.51.5.015

MODELS OF AUTO-CORRELATION FUNCTIONS OF ERGODIC CASE PROCESSES IN THE BORING MANAGEMENT SYSTEM**МОДЕЛІ АВТОКОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ ЕРГОДИЧНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ У СИСТЕМІ КЕРУВАННЯ БУРІННЯМ СВЕРДЛОВИН****Lahoida A. / Лагойда А.І.***k.t.s. / к.т.н.*

ORCID: 0000-0002-0862-7786

Maikovich Ie. / Майкович Є.П.

ORCID: 0000-0002-0124-03

Zvarych H. / Зварич Г.Г.

ORCID: 0000-0002-7866-542X

Lahoida L. / Лагойда Л.І.

ORCID: 0000-0002-2328-8276

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas**Ivano-Frankivsk, Karpatskaya, 15,76019**Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,**Івано-Франківськ, вул.Карпатська,15,76019*

Анотація. Проаналізовано моделі автокореляційних функцій випадкових процесів у системах керування, а також функції передачі формуючих фільтрів. На основі статистичних характеристик вхідного і вихідного сигналів лінійного діанмічного об'єкта керування розроблено алгоритм інтерактивної ідентифікації функції передачі об'єктів керування. За результатами досліджень зроблено висновок, що для такого складного об'єкта керування як процес буріння, процедуру визначення його функції передачі необхідно повторювати через певний час.

Ключові слова: автокореляційна функція, ідентифікація, функція передачі, оцінки автокореляційних функцій, спектральна щільність, процес буріння.

Вступ. Для вирішення теоретичних і практичних задач автоматизованого керування процесом буріння нафтових і газових свердловин потрібні математичні моделі ймовірнісних характеристик ергодичних випадкових процесів, зокрема моделі автокореляційних функцій і спектральних щільностей. Потреба у математичних моделях аутокореляційних функцій виникає практично на всіх етапах життєвого циклу АСК ТП – буріння.

На стадії дослідження об'єкта керування оцінки автокореляційних функцій потрібні при виборі тестових сигналів, плануванні експеримента, оцінюванні точності характеристик об'єкта.

У задачах автоматичного регулювання – для аналізу якості регулювання, розрахунку параметрів налаштування регулятора з типовими алгоритмами, синтезу оптимальних алгоритмів.

У задачах оптимізації – для вибору алгоритмів оптимізації, інтервалу усереднення, кроку дискретизації, оцінювання ефективності.

Основний текст. *Аналіз останніх досліджень і публікацій.* Більшість теоретичних досліджень [1-4] розглядали як моделі автокореляційних функцій реальних неперервних випадкових процесів лише експоненціальні й експоненціально-косинусні кореляційні функції. Вони відповідають



недиференційованим випадковим процесам. Проте реальні неперервні випадкові процеси нескінченно диференційовані [1]. Аналізування задач керування неперервними технологічними процесами показало необхідність врахування хоча б двократної диференційованості випадкового процесу [1]. Різними авторами [1÷4] було запропоновано декілька моделей (табл. 1).

Таблиця 1

Моделі автокореляційних функцій випадкових процесів в системах керування

Клас моделі	Автокореляційна функція / Функція передачі формуючого фільтра
А	$R_{xx}(\tau) = \frac{S_o}{\pi\tau} \sin \omega_c \tau ,$ <p>S_o - спектральна щільність $0 \leq \omega \leq \omega_c$; ω_c - частота зрізу; τ - лаг.</p> $W_\phi(p) = \lim \left(1 + \frac{1}{\omega_c^n} p^n \right)^{-1} ,$ <p>$n = 1, 2, 3, \dots$ p - оператор Лапласа.</p>
В	$R_{xx}(\tau) = \frac{S_o}{2\sqrt{\pi T}} e^{-\frac{\tau^2}{4T_0^2}} .$ $W_\phi(p) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{T_o}{\sqrt{n}} p + 1 \right)^{-n} ,$ <p>T_o - стала часу</p>
С	$R_{xx}(\lambda) = \sigma_x^2 K \left(a e^{- \lambda } + b e^{-\frac{ \lambda }{\beta_1}} - c e^{-\frac{ \lambda }{\beta_2}} \right) ,$ <p>$\lambda = \frac{\tau}{T}$; $0 < \beta_1 < 1$; $0 < \beta_2 < 1$; σ^2 - дисперсія випадкового сигналу; a, b, c - параметри моделі.</p> $W_\phi(p) = \frac{K}{(T_o p + 1)(T_o \beta_1 p + 1)(T_o \beta_2 p + 1)} ,$ <p>K - коефіцієнт передачі формуючого фільтра.</p>
D	$R_{xx}(\lambda) = \sigma_x^2 c \left(a e^{-\frac{ \lambda }{2}} + b e^{-\frac{ \lambda \beta}{2}} \sin \left(\frac{\sqrt{4 - \beta^2}}{2} \lambda + \varphi \right) \right) .$ $W_\phi(p) = \frac{K}{(T_o \alpha p + 1)(T_o^2 p^2 + T_o \beta p + 1)} ,$ <p>$0 < \alpha < \infty$; $0 < \beta \leq 2$.</p>



E	$R_{xx}(\lambda) = \sigma_x^2 d \left((a - b \lambda) e^{\frac{- \lambda }{\alpha}} + c e^{\frac{- \lambda \beta}{2}} \sin \left(\frac{\sqrt{4 - \beta^2}}{2} \lambda + \varphi \right) \right)$ $W_\phi(p) = \frac{Kp}{(T_0\alpha p + 1)^2 (T_0^2 p^2 + T_0\beta + 1)}$ <p>$0 < \alpha < \infty; 0 < \beta \leq 2.$</p>
G	$R_{xx}(\lambda) = \sigma_x^2 \frac{1}{\alpha^2 + 5} e^{- \lambda } \left((\alpha^2 + 5)(1 + \lambda) + 2\lambda^2 - (\alpha^2 - 1) \frac{ \lambda ^3}{3} \right)$ $W_\phi(p) = \frac{K(\alpha T_0 p + 1)}{(Tp + 1)^4}$
F	$R_{xx}(\lambda) = \sigma_x^2 (a + b \lambda + c\lambda^2) e^{-\lambda} + d e^{-\alpha \lambda }$ $W_\phi(p) = \frac{Kp}{(T_0 p + 1)^3 (T_{нф} + 1)}$ <p>$\alpha = \frac{T_0}{T_{нф}}$ - параметр низькочастотного фільтра; $0 < \alpha < 1.$</p>
H	$R_{xx}(\lambda) = \sigma_x^2 \frac{(n-1)!}{(2n-2)!} e^{- \lambda } \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(2n-j-2)!}{j!(n-j-1)!} (2 \lambda)^j,$ $W_\phi(p) = \frac{Kp}{(T_0 p + 1)^n}$

У моделі класу А, починаючи з $n = 3$, з'являються додаткові корені характеристичного рівняння $p_n + \omega_c'' = 0$. Отже, процес з автокореляційною функцією типу А не може бути сформульований стійким фізичним фільтром. Ця модель також не може бути основною для вибору довжини реалізації і кроку дискретизації процесу $x(t)$ при оцінюванні математичного сподівання і автокореляційної функції [2]. Модель класу В це фактично ланцюжок послідовно з'єднаних аперіодичних ланок з однаковими (малими) сталими часу. Ймовірність існування випадкових процесів з автокореляційною функцією типу В дорівнює нулю [1]. Проте ця модель може бути корисною як граничний елемент множини автокореляційних функцій при розробці усереднених по множині методичних рекомендацій.

Відзначимо, що моделі А і В не задовільняють умову Пелі-Вінера [1, 2]:

$$\int_0^\infty \frac{|\log S_x(\omega)|}{1 + \omega^2} d\omega < \infty$$

і тому повинні бути віднесені не до випадкових, а до детермінованих процесів.

Модель С призначена для опису зовнішніх впливів на автоматичні системи регулювання і для опису флуктуацій нерегульованих величин.



Модель класу Д використовує формуючий фільтр з комплексними коренями характеристичного рівняння [1].

Для систем керування складними технологічними процесами і агрегатами на нижньому рівні АСКТП, де спостерігаються флуктуації контрольованих параметрів, запропоновано модель класу Е [1]. Оператор в чисельнику функції передачі $W_\phi(p)$ відображає астатичні властивості регулювання з типовими ПД-, ПІ-, І-регуляторами. Перший співмножник в знаменнику відповідає простому формуючому фільтру, щодо однократного диференційованого випадкового процесу, приведенного до виходу системи.

Другий співмножник фіксує наявність двох комплексно спряжених «домінуючих» коренів, дійсна і уявна частка яких по модулю набагато менші, ніж решта коренів.

Формуючий фільтр може мати і диференціюючі властивості, як в моделі G. Ця модель може розглядатися як простіша модель випадкового процесу $x(t)$, що формується декількома джерелами стохастичності.

Модель F – це формуючий низькочастотний фільтр для нестационарних за математичним сподіванням випадкових процесів.

Для випадків, коли є необхідність підвищення порядку диференційованості моделі випадкового процесу, або коли деякі аперіодичні характеристики процесу не відповідають моделям А, В, С, D, Е, F збільшують порядок диференційованості (модель H).

Водночас узагальнення напрацювань з означеної проблематики [1÷10], накопичений досвід та результати формування систем автоматичного керування на засадах комп'ютерно-інтегрованих технологій дозволяють зробити висновок про незавершеність досліджень у цьому напрямку. Відтак актуалізуються необхідність розгляду безпосереднього зв'язку між моделями автокореляційних функцій і функціями передачі об'єкта керування, а також інтерактивної ідентифікації об'єктів керування в режимі on-line.

Розглянемо характеристики вхідного і вихідного сигналів лінійного динамічного об'єкта керування (рис. 1).

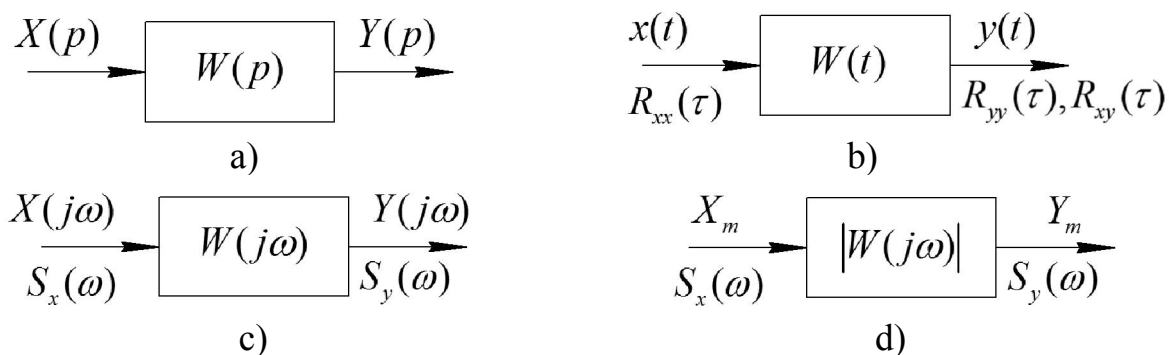


Рис. 1. Характеристики вхідного і вихідного сигналів лінійного динамічного об'єкта керування: а, b - перетворення в часовій області; с, d – перетворення в частотній області

Для визначення функції передачі лінійного динамічного об'єкта керування



скористаємося одним із найважливіших в статистичній динаміці співвідношень між спектральними щільностями вхідного і вихідного сигналів [5]:

$$S_y(\omega) = \{W(j\omega)\}^2 S_x(\omega). \tag{1}$$

Співвідношення (1) показує, що спектральна щільність вихідного сигналу $y(t)$ дорівнює спектральній щільності вхідного сигналу, помноженій на квадрат амплітудно частотної характеристики об'єкта керування. Відзначимо, що фазова характеристика не впливає на спектральну щільність вихідного сигналу.

Користуючись співвідношенням (1) складемо алгоритм інтерактивної ідентифікації функції передачі лінійного динамічного об'єкта керування (рис. 2).

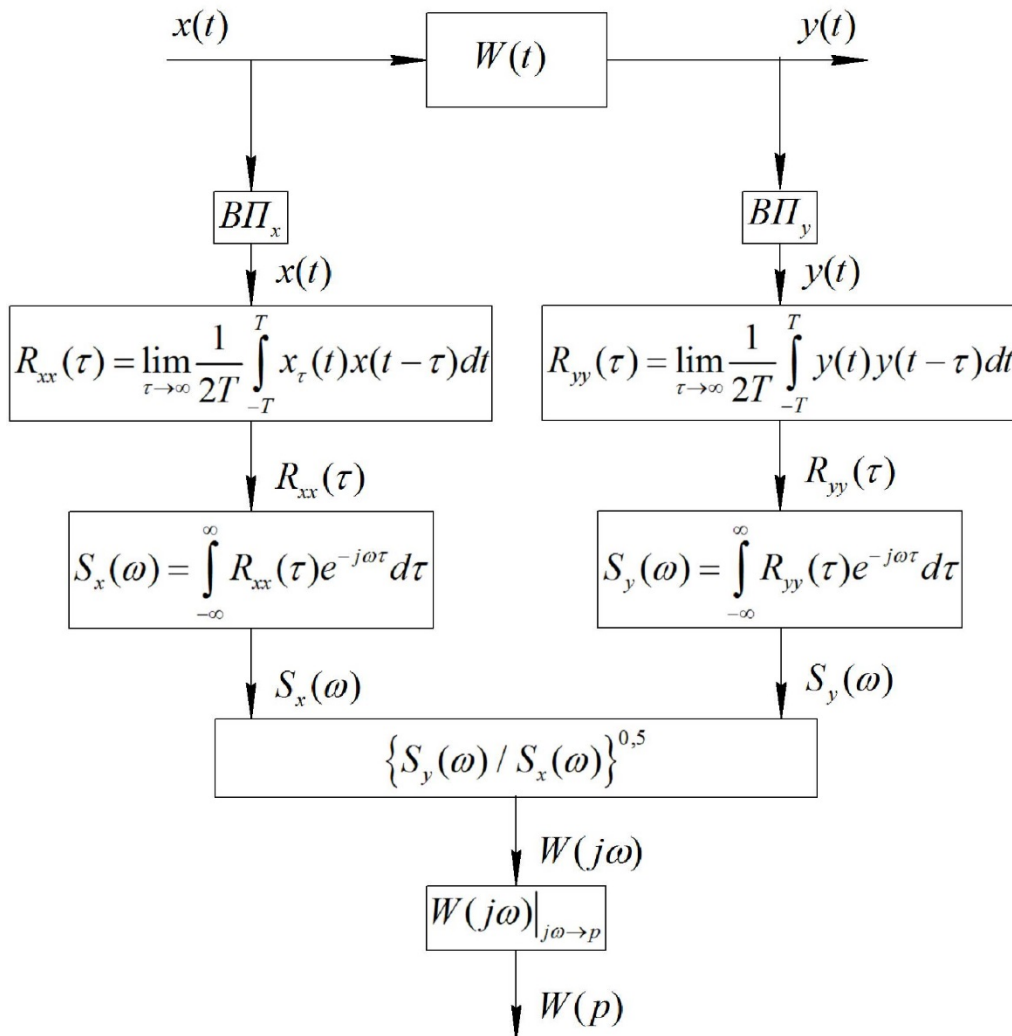


Рис. 2. Алгоритм інтерактивної ідентифікації функції передачі лінійного динамічного об'єкта керування

При побудові математичних моделей технологічних процесів, як правило, використовують метод регресивного аналізу, який ґрунтується на гіпотезі, що усі вимірювання вхідних координат виконуються точно. Усі випадкові величини вважаються нормально розподіленими, з нульовим середнім, незалежним від часу і з постійними у часі дисперсіями. Схема, що наведена на рис. 3, показує вплив завад при проведенні пасивного експерименту й описується рівняннями:



$$\begin{aligned}
 x(t) &= \bar{x}(t) + e_x(t), \\
 y(t) &= \bar{y}(t) + e_y(t), \\
 \bar{y}(t) &= f(x(t), V) + e_y(t), \\
 \bar{x}(t) &= u(t) + e_u(t),
 \end{aligned}$$

де $x(t), y(t)$ – покази вимірюваних приладів, що спостерігає експериментатор.

Значення $x(t), t = 1, 2, \dots, N$ змінюються незалежно від експериментатора і є послідовністю незалежних випадкових величин.

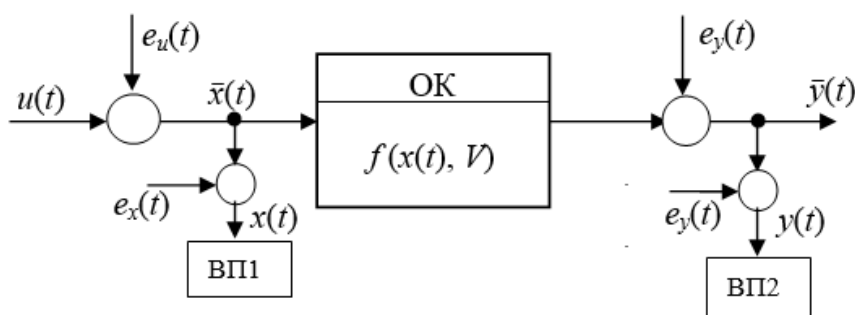


Рис. 3. Об’єкт керування типу SI–SO: $e(t)$ – завади на вході і виході ОК; V – невідомі параметри моделі ОК; ВП1, ВП2 – вимірювальні прилади на вході і виході ОК; $u(t)$ – керувальна дія; $y(t)$ – керована величина

Для отриманих у результаті експерименту реалізацій створимо масиви значень $x(t)$ (осьового зусилля) та $y(t)$ (механічної швидкості буріння) у пакеті прикладних програм для числового аналізу Matlab.

» $x = [107.75 \ 104.00 \ 102.25 \ 108.75 \ 106.00 \ 110.25 \ 106.00 \ 108.25$
 $101.75 \ 110.25 \ 110.25 \ 110.50 \ 106.25 \ 108.25 \ 116.25 \ 112.25 \ 107.50$
 $104.75 \ 107.00 \ 106.00]$

» $y = [1.67 \ 2.67 \ 5.71 \ 3.33 \ 2.16 \ 1.9 \ 1.60 \ 1.48 \ 1.08 \ 1.21 \ 0.79 \ 0.78 \ 4.44 \ 5 \ 17 \ 1.21$
 $1.19 \ 1.57 \ 1.67 \ 1.13 \ 1.32]$

Побудували графіки $x(t)$ та $y(t)$ за допомогою функції plot у програмному пакеті Matlab. Для ділянок стаціонарності обрахували оцінки математичного сподівання та дисперсії:

Таблиця 2

Статистичні характеристики сигналів

Статистична характеристика	Формула	Значення
Математичне сподівання	$xmean = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j$	$X = 107.7$ $Y = 2.154$
Дисперсія: – зміщена оцінка – не зміщена оцінка	$\frac{1}{n} \sum_{s=1}^n (X_j - xmean)$ $\frac{1}{n-1} \sum_{s=1}^n (X_j - xmean)$	$X = 107.7$ $Y = 2.154$ $X = 113.38$ $Y = 2.267$



Обрахунки виконано у java ide. Далі визначили нормовану автокореляційну функцію вхідного сигналу $x(t) - R_{xx}(\tau)$ (рис. 4).

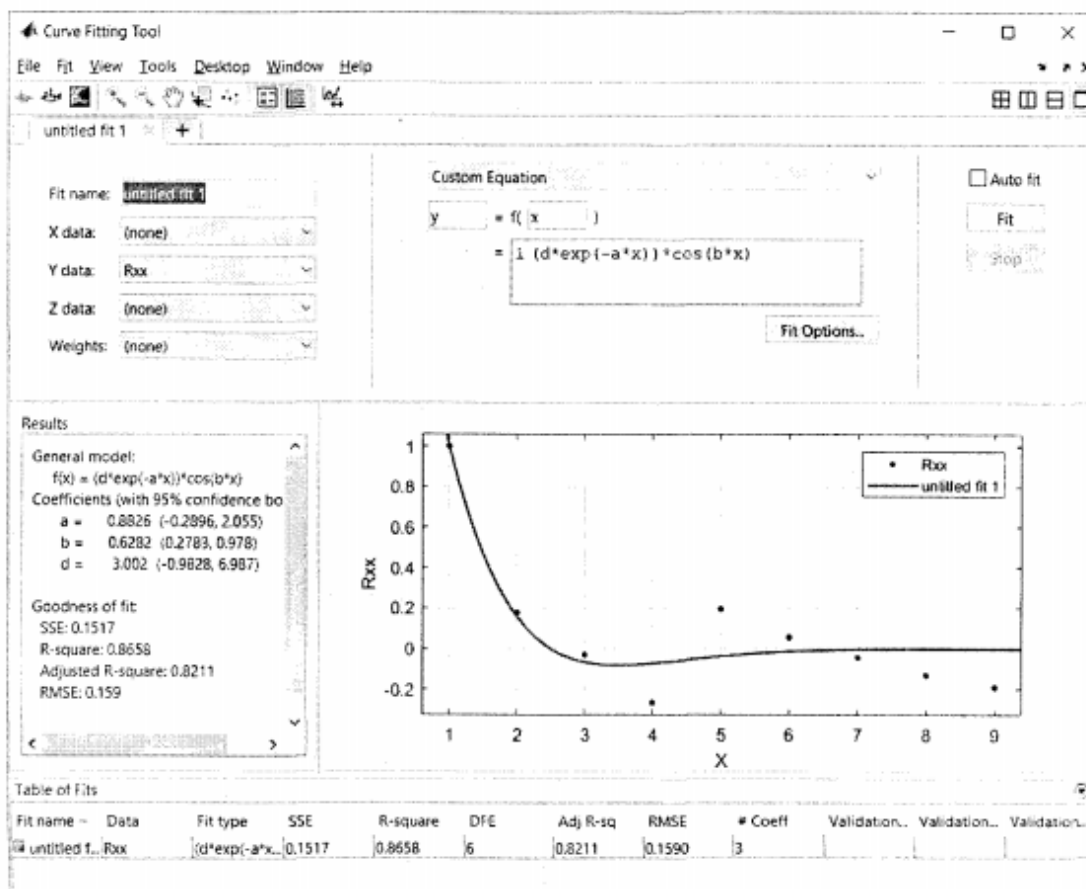


Рис. 4. Нормована автокореляційна функція вхідного сигналу $R_{xx}(\tau)$

У результаті апроксимації рівнянням автокореляційної функції є:

$$R_{xx}(\tau) = 3.002e^{-0.8826\tau} \cdot \cos(0.6282\tau). \quad (6)$$

Для вихідного сигналу $y(t)$ також визначили нормовану автокореляційну функцію $R_{yy}(\tau)$ (рис. 5).

У результаті апроксимації рівнянням автокореляційної функції $R_{yy}(\tau)$ є

$$R_{yy}(\tau) = 1.683e^{-0.3741\tau} \cdot \cos(0.5473\tau). \quad (7)$$

Визначили спектральну щільність вхідного сигналу (рис. 6) і вихідного сигналу (рис. 7), використовуючи програму Matlab $z=abc(\text{fft}(x))$.

На основі отриманих результатів визначили функцію передачі об'єкта керування:

$$W(p) = \frac{3.675 \cdot 10^{-4} p + 0.328}{2.057 \cdot 10^{-5} p^2 + 1.16 \cdot 10^{-2} p + 0.4}.$$

Параметри цієї функції передачі підлягають ідентифікації у реальному часі.

Отже, на основі отриманих результатів пасивного експерименту виявлено ділянку стаціонарності процесу. Для ділянки стаціонарності визначено оцінки

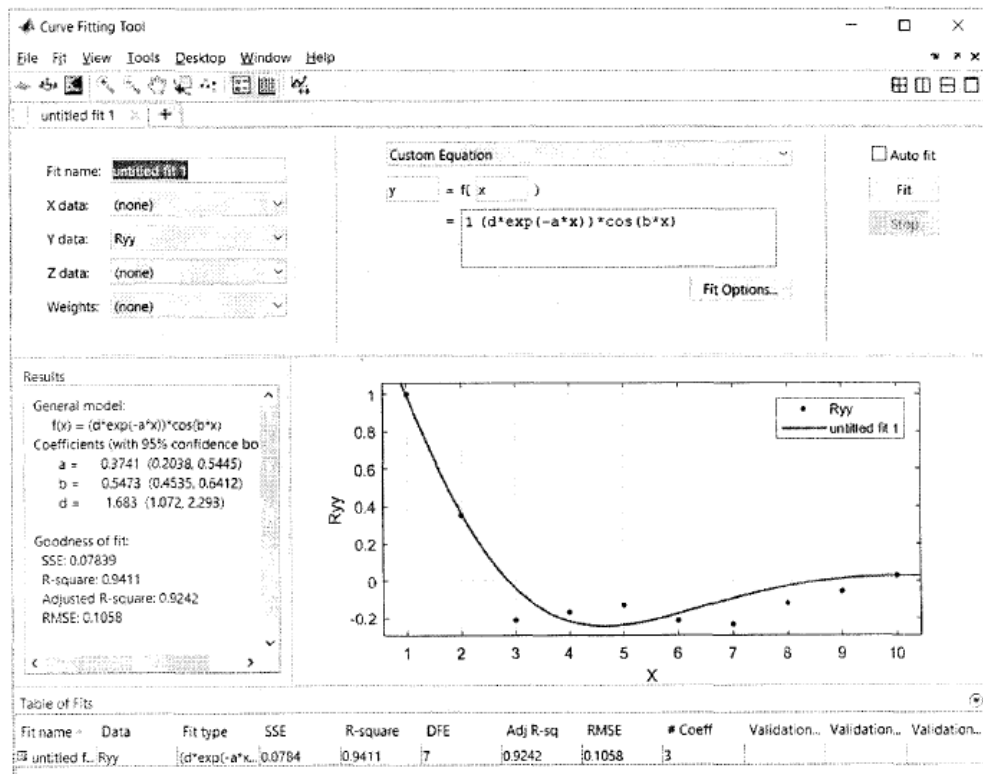


Рис. 5. Нормована автокореляційна функція вихідного сигналу $R_{yy}(\tau)$

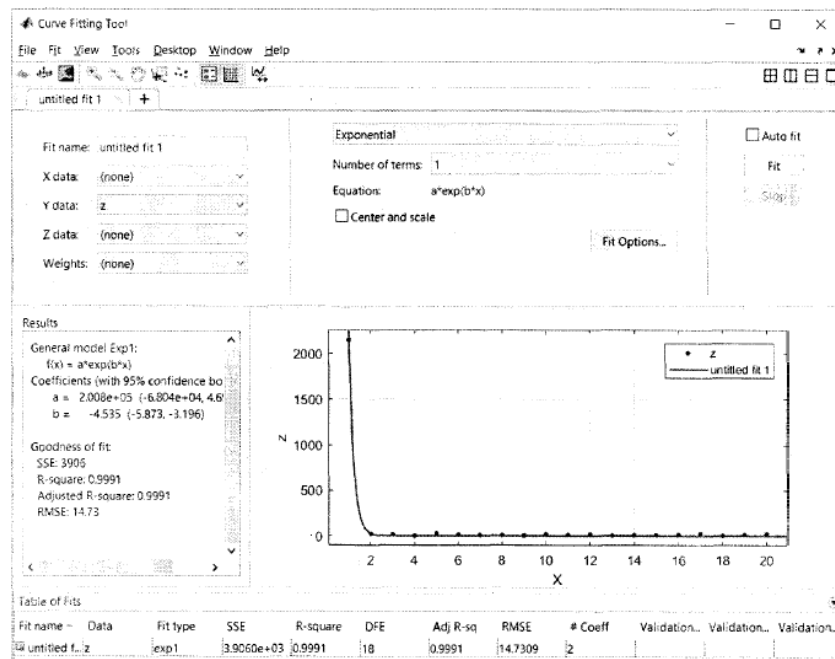


Рис. 6. Спектральна щільність вхідного сигналу $S_x(\omega)$

математичного сподівання, дисперсії; визначено оцінки нормованих автокореляційних функцій $R_{xx}(\tau)$, $R_{yy}(\tau)$ та їхні математичні моделі; визначено спектральні щільності випадкових процесів $S_x(\omega)$, $S_y(\omega)$ та їхні математичні моделі. На основі отриманих результатів визначено функцію передачі об'єкта керування. Враховуючи, що об'єкт керування стохастичний і розвивається у часі, процедуру визначення його функції передачі необхідно повторювати через певний час.

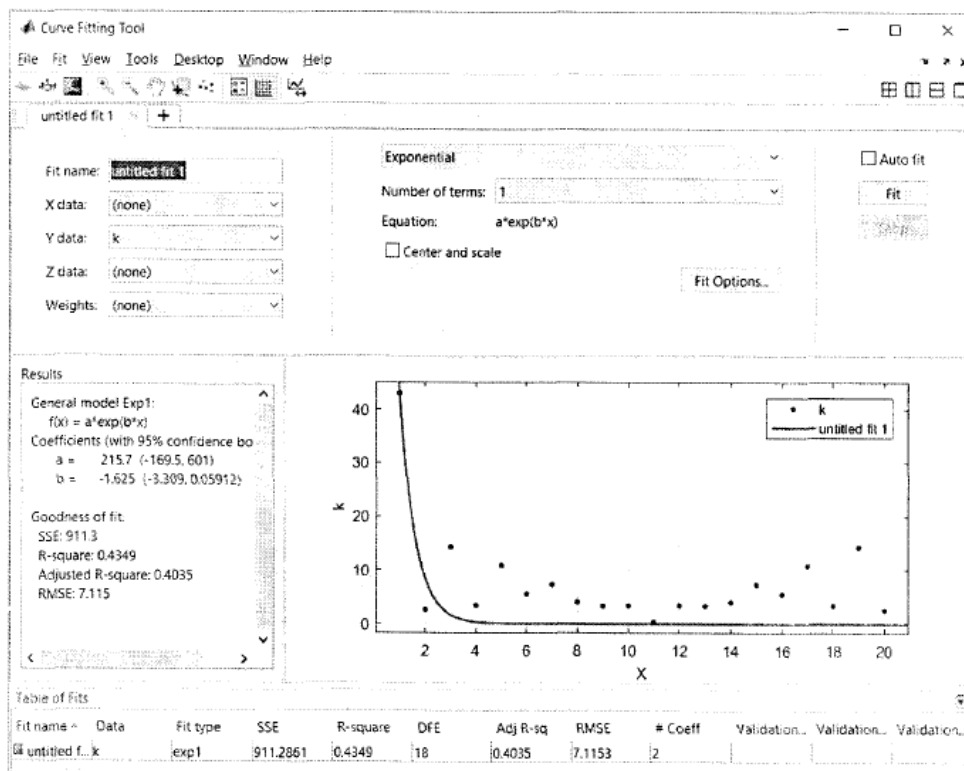
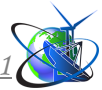


Рис. 7. Спектральна щільність вихідного сигналу $S_y(\omega)$

Література:

1. Волгин В.В. Модели корреляционных функций случайных процессов в системах управления. Теория и практика построения и функционирования АСУТП. – сб. науч. тр.. М.: Изд. МЭИ. 1998. С. 174-193.
2. Бендат Дж., Пирсол А. Измерения и анализ случайных процессов. М.: Мир. 1971. 408 с.
3. Волгин В.В., Каримов Р.Н. Оценка корреляционных функций в промышленных системах управления. М.: Энергия. 1979. 80 с.
4. Назаренко М.В. Теоретичні засади та принципи побудови моделей дингамічних процесів та їх регуляторів: монографія. Кривий Ріг: Деніс (ФОП Чернівський Д.О.). 2010. 204 с.
5. Спеменцов Г.Н. Терія автоматичного керування: підручник. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ. 1999. 610 с.
6. Большаков А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов. М.: Горячая линия. Ткелеком. 2007. 522 с.
7. Трунова О.В., Скитер И.С. Использование фрактального анализа для исследования динамики сложных систем. Тезисы докладов VIII междунар. науч.-практ. конф. «Математическое и имитационное моделирование систем», 24-28 июня 2013. Чернигов: ЧНТУ. 2013. С. 296-299.
8. Бодянский Е.В., Плисс И.П., Чапанов А.П. Динамическая реконструкция хаотических сигналов на основе нейросетевых технологий. Радиоэлектроника и информатика. 2002, №3(20). С. 62-64.
9. Тур Г.І., Трунова О.В. Застосування методу фрактального аналізу для визначення трендових характеристик числових рядів. Вісник ЧНТУ. 2005, № 125. С. 252-256.



10. Kropyvnytska V., Kopystynskyy L., Sementsov G. Development of a Set of Methods for Preforecasting Fractal Time Series Analysis to Determine the Eevel of Persistence. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies 3/4 (87). 2017. P. 10-17. ISSN 1729-3774.

References:

1. Volgin V.V. (1998). Modeli korelyatsionnykh funktsiy sluchaynykh protsessov v sistemakh upravleniya. Teoriya i praktika postroyeniya i funktsionirovaniya ASUTP [Models of correlation functions of random processes in control systems. Theory and practice of building and functioning of an automated process control system]. In Collection of scientific papers, pp.174-193.
2. Bendat J., Piersol A. (1971). Izmereniya i analiz sluchaynykh protsessov [Measurements and analysis of random processes], 408 p.
3. Volgin V.V., Karimov R.N. (1979). Otsenka korrelyatsionnykh funktsiy v promyshlennykh sistemakh upravleniya [Assessment of correlation functions in industrial control systems], 80 p.
4. Nazarenko M.V. (2010). Teoretychni zasady ta pryntsyipy pobudovy modeley dynamichnykh protsesiv ta yikh rehulyatoriv: monohrafiya [Theoretical foundations and principles of constructing models of dingamic processes and their regulators: monograph], 204 p.
5. Spemencov G.N. (1999), Teriya avtomatychnoho keruvannya: pidruchnyk [Automatic Control Terry: A Tutorial], 610 p.
6. Bolshakov A.A. (2007). Metody obrabotki mnogomernykh dannykh i vremennykh ryadov [Methods for processing multidimensional data and time series], 522 p.
7. Trunova O.V., Skiter I.S. (2013). Isspol'zovaniye fraktal'nogo analiza dlya issledovaniya dinamiki slozhnykh system [The use of fractal analysis to study the dynamics of complex systems] in Tezisy dokladov VIII mezhdunar.nauch.-prakt. konf. «Matematicheskoye i imitatsionnoye modelirovaniye sistem», 24-28 iyunya [Abstracts of the VIII international scientific-practical. conf. "Mathematical and simulation modeling of systems", June 24-28], pp 296-299.
8. Bodyansky E.V., Pliss I.P., Chaplanov A.P. (2002). Dinamicheskaya rekonstruktsiya khaoticheskoy signalov na osnove neyrosetevykh tekhnologiy [Dynamic reconstruction of chaotic signals based on neural network technologies] in Radioelektronika i informatika [Radio electronics and computer science], issueNo 3 (20). pp. 62-64
9. Tour G.I., Trunova O.V. (2005). Zastosuvannya metodu fraktal'noho analizu dlya vyznachennya trendovykh kharakterystyk chyslovykh ryadiv [Application of fractal analysis method to determine the trending characteristics of numerical series] in Visnyk CHNTU [Bulletin of the National Technical University], issueNo.125, pp. 252-256.
10. Kropyvnytska V., Kopystynskyy L., Sementsov G. Development of a Set of Methods for Preforecasting Fractal Time Series Analysis to Determine the Eevel of Persistence. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies 3/4 (87). 2017. P. 10-17. ISSN 1729-3774.

Abstract. Models of autocorrelation functions of random processes in control systems as well as functions of transfer of forming filters are analyzed. Based on the statistical characteristics of the input and output signals of the linear dynamic control object, an algorithm for interactive identification of the control transfer function is developed. The research concluded that for such a complex control object as a drilling process, the process of determining its transfer function must be repeated several times.

Keywords: autocorrelation function, identification, transfer function, estimates of autocorrelation functions, spectral density, drilling process.

Статья отправлена: 23.12.2019 р.

Лагойда А.І., Майкович Є.П., Зварич Г.Г., Лагойда Л.І.