



UDC 681.5

## ANALYSIS OF THE STABILITY OF THE CONTROL SYSTEM OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ АВТОНОМНОГО МОБІЛЬНОГО РОБОТА

Ashhepkova N.S. / Ащепкова Н.С.

*s.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.*

ORCID: 0000-0002-1870-1062

Oles Honchar Dnipro National University,

Dnipro, av. Gagarin 72, 49010

Дніпровський національний університет ім. О. Гончара,

Дніпро, пр. Гагарина 72, 49010

Koshevoy N.D. / Кошовий М.Д.

*d.t.s., prof. / д.т.н., проф..*

ORCID: 0000-0001-9465-4467

National Aerospace University "Kharkov Aviation Institute",

Kharkov, st. Chkalov 17, 61070

Національний аерокосмічний університет "ХАІ" ім. М. Жуковського,

Харків, вул. Чкалова 17, 61070

**Анотація.** У статті розглянуто автономний мобільний робот з маніпулятором. Для дослідження динаміки системи застосована модель «носій – перенесене тіло». Переміщення маніпулятора відносно платформи надають недиагональність та нестационарність тензору інерції системи. Об'єкт дослідження - багатозв'язна система керування автономного мобільного робота з маніпулятором. Перехресний зв'язок каналів здійснюється за рахунок фізичних властивостей об'єкту керування. Мета дослідження – аналіз стійкості багатозв'язної системи керування. Початковими даними для аналізу стійкості є структурна схема та передаточні функції незмінної частини сепаратних каналів та перехресних зв'язків в об'єкті керування. Оцінку стійкості проведено за коренями характеристичного рівняння та узагальненим методом Найквіста. За заданих початкових умов багатозв'язна система керування перебуватиме на межі стійкості.

**Ключові слова:** автономний мобільний робот, маніпулятор, багатозв'язної системи керування.

### Вступ.

Сучасні мобільні роботи діють за допомогою автоматизованого керування з дистанційною участю людини-оператора. В такому випадку, робот виконує завдання самостійно, але оператор знаходиться у віддаленому місці і може контролювати його дії. Це особливо корисно в небезпечних або важкодоступних місцях, де людина не може прямо керувати роботом, але може дати необхідні команди та вести нагляд. В роботах [1, 2] підкреслюється важливість застосування модульного принципу складання конструкцій автономних мобільних роботів (АМР). Наявність змінного обладнання (маніпулятор, щуп, бур, ківш і т.п.) та інструменту поширює галузь застосування АМР [3, 4]. При експлуатації АМР ці елементи рухаються відносно платформи, змінюючи геометрію мас системи.

Завдання системи керування - забезпечення мінімального відхилення центру мас платформи АМР від заданої траєкторії. Керуючі моменти



виконавчих приводів направлені вздовж осей системи координат зв'язаної з платформою АМР [5].

При здійсненні технологічних операцій з вибухонебезпечними об'єктами застосовують дистанційно керовані АМР з маніпулятором [1–3]. АМР з маніпулятором є складною механічною системою “носій – перенесене тіло”: ланки маніпулятора – перенесені тіла, платформа – несуче тіло. При відносному русі маніпулятора головні центральні осі інерції механічної системи не спрямовані з осями системи координат зв'язаної з платформою АМР. Значення відцентрових моментів інерції системи при відносному русі маніпулятора сумірні значенням осьових моментів інерції системи, навіть якщо маса рухомих елементів конструкції становить 10% маси платформи АМР [6]. Переміщення маніпулятора відносно платформи надають недиагональність та нестационарність тензору інерції системи та обумовлюють перехресний зв'язок каналів керування [7, 8].

При здійсненні технологічних операцій з вибухонебезпечними об'єктами доцільно застосовувати узгоджені дії групи АМР [9-11]. На оперативному рівні система керування для кожного АМР розв'язує різноманітні завдання [9]:

- наявність робота у заданій точці робочого простору в означений термін,
- рух вздовж заданого маршруту,
- об'їзд перешкод і т.д.

На стратегічному рівні система керування має узгоджувати дії всіх АМР групи. Наявність різноманітного навісного обладнання АМР в межах групи та використання коректних алгоритмів керування дозволяє розширити область застосування групи АМР. Недоліком існуючих методів керування групою АМР є неузгодження алгоритмів керування з кінематичними обмеженнями та динамікою окремих роботів [10]. Слід зазначити, що помилка в керуванні одного АМР може привести до знищення групи [11].

Актуальність роботи полягає в необхідності забезпечення керованості АМР при здійсненні технологічних операцій з вибухонебезпечними об'єктами.

**Мета дослідження** – аналіз стійкості багатозв'язної системи керування автономного мобільного робота з маніпулятором. Для досягнення цієї мети потрібно розв'язати наступні задачі:

- проаналізувати стійкість багатозв'язної системи керування,
- визначити коливальну межу стійкості багатозв'язної системи керування.

Об'єктом дослідження є система керування автономного мобільного робота оснащеного антропоморфним маніпулятором з чотирма ступенями рухливості.

#### **Матеріали та методи.**

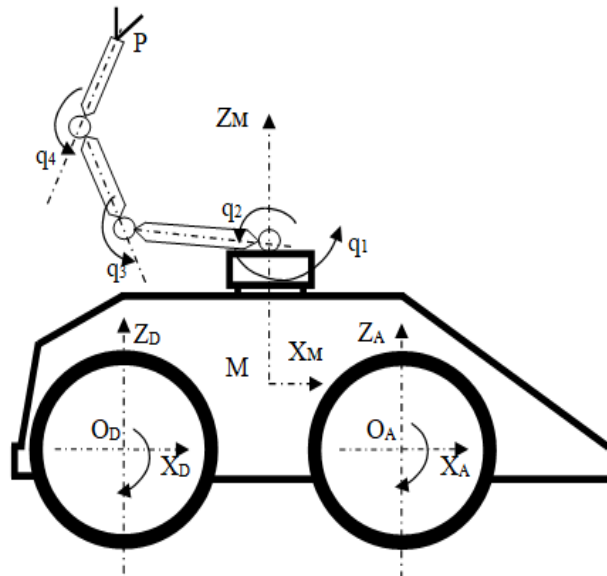
Конструкція АМР з маніпулятором (рис. 1) складається з повнопривідної 4 – колісної платформи АМР, та антропоморфного маніпулятора складеного з кільця, що обертається навколо вертикальної вісі, та стрижневих ланок – руки, з'єднаних ротаційними кінематичними парами п'ятого класу.

Цикл роботи АМР з маніпулятором можна розділити на декілька режимів:

- 1) рух платформи АМР вздовж заданої траєкторії з зафіксованим маніпулятором;



- 2) виконання маніпулятором технологічних операцій при нерухомій платформі;
- 3) переміщення платформи АМР з рухливим маніпулятором.



**Рисунок 1 - Схема конструкції автономного мобільного роботу з маніпулятором**

Джерело: [7]

При реалізації першого режиму руху АМР з маніпулятором можна вважати чотириколісним повнопривідним візком. Динаміку та керованість такого візку детально досліджено у [12].

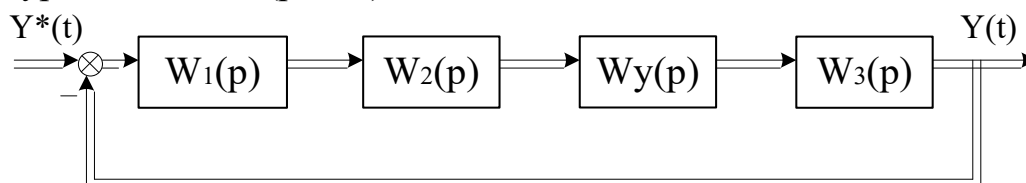
При другому та третьому режимі АМР можна розглядати як антропоморфний маніпулятор на рухливій основі. Виконання маніпулятором технологічних операцій при нерухомій платформі обумовлює лінійні та кутові збурення відносно положення рівноваги механічної системи.

При реалізації третього режиму керуючі впливи – моменти прикладені до кожного колеса обумовлюють відхилення маніпулятора від розрахункового положення в наслідок недіагональності тензору інерції.

Кількість керуючих впливів: для першого режиму – чотири (на кожне колесо); для другого режиму – чотири (на кожен узагальнену координату маніпулятора); для третього режиму – вісім каналів.

Перехресний зв'язок каналів системи керування для АМР з маніпулятором обумовлений фізичними властивостями об'єкту керування. Особливості динаміки та методи аналізу й синтезу таких систем керування наведено у [13].

Дослідження стійкості багатозв'язної системи керування (БСК) здійснено за структурною схемою (рис. 2).



**Рисунок 2 - Структурна схема багатозв'язної системи керування**

Авторська розробка



Перехресні зв'язки каналів керування зосереджені у багатовимірному об'єкті керування.

Передаточні матриці (ПМ) лінійних ланок у складі чотирьохвимірної БСК мають вигляд:

$$\begin{aligned} W_1(p) &= \text{diag}\{W_{p1}(p); W_{p2}(p); W_{p3}(p); W_{p4}(p)\}; \\ W_2(p) &= \text{diag}\{W_{01}(p); W_{02}(p); W_{03}(p); W_{04}(p)\}; \\ W_3(p) &= \text{diag}\{1/p; 1/p; 1/p; 1/p\}, \end{aligned}$$

де  $W_{pi}(p)$  – передаточні функції  $i$ -го сепаратного регулятора;  $i = 1, \dots, 4$ ;

$$W_{0i}(p) = \frac{K_i}{(1 + pT_{ai})(1 + pT_{bi})} - \text{передаточні функції незмінної частини } i\text{-го}$$

сепаратного каналу;  $W_k(p) = [E + W_x(p)]$  – ПМ компенсатора із прямими перехресними зв'язками. Тут

$$W_x(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & W_{x4}(p) \\ 0 & 0 & W_{x3}(p) & 0 \\ 0 & W_{x2}(p) & 0 & 0 \\ W_{x1}(p) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

а  $W_{x1}(p)$ ,  $W_{x2}(p)$ ,  $W_{x3}(p)$  і  $W_{x4}(p)$  – передаточні функції прямих (або зворотних) перехресних зв'язків у складі послідовного компенсатора, що забезпечує властивість автономності каналів регулювання;

$$W_y(p) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & W_{y4}(p) \\ 1 & 1 & W_{y3}(p) & 1 \\ 1 & W_{y2}(p) & 1 & 1 \\ W_{y1}(p) & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

де  $W_{yi}(p) = \frac{K_{yi}}{1 + pT_{yi}}$  – передаточні функції перехресних зв'язків в об'єкті керування.

Для визначеності, як приклад, розглянемо БСК з початковими даними наведеними у табл.1.

**Таблиця 1. Коефіцієнти передаточних функцій**

Номер каналу	Коефіцієнти незмінної частини $i$ -го сепаратного каналу			Коефіцієнти перехресних зв'язків $i$ -го сепаратного каналу	
	$K_i, c^{-1}$	$T_{ai}, c$	$T_{bi}, c$	$K_{yi}, c^{-1}$	$T_{yi}, c$
1	125	0,07	0,01	-15	0,028
2	135	0,11	0,009	10	0,0135
3	110	0,06	0,035	-12	0,024
4	120	0,15	0,032	10	0,048

Усі розрахунки проведемо з застосуванням пакету прикладних програм MathCad.



**Результати досліджень та обговорення**

**Стійкість багатозв'язної системи керування.** Аналіз динаміки АМР з маніпулятором [6] доводить, що перехресний зв'язок між каналами керування обумовлює відхилення в площинах перпендикулярних напрямку руху. Відхилення від усталеного вертикального положення може призвести до падіння і втрати функціоналу АМР.

Запишемо передавальну матрицю розімкнутої системи ( рис. 2)

$$W(p) = W_3(p)W_y(p)W_2(p)W_1(p). \tag{1}$$

Вираз для одержання характеристичного рівняння

$$\det [E+W(p)] = H(p) = 0, \tag{2}$$

де  $[E+W(p)]$  – матриця обернених різниць. Дробово-раціональна функція  $H(p)$  містить у чисельнику характеристичний поліном  $\varphi_3(p)$  для замкнутої БСК, а в знаменнику – характеристичний поліном  $\varphi_p(p)$  для розімкнутої БСК

$$H(p) = \varphi_3(p)/\varphi_p(p). \tag{3}$$

За допомогою програмного пакета MathCad знайдемо характеристичний поліном розімкнутої БСК. Зрівняємо одержаний поліном до нуля й одержимо корені характеристичного рівняння розімкнутої БСК

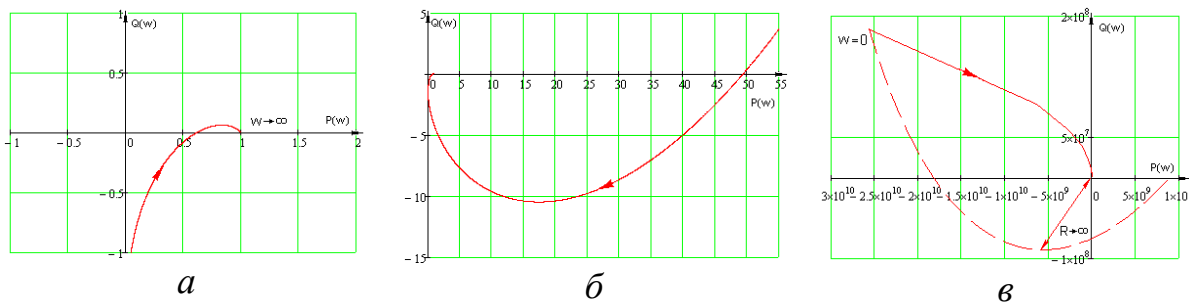
$$p_1 = -37,8; p_2 = -180; p_3 = 0; p_4 = 0; p_5 = -114 - 47,9j; p_6 = -114 + 47,9j; \\ p_7 = -2,17 - 0,102j; p_8 = -2,17 + 0,102j; p_9 = -64,7 - 13,8j; p_{10} = -64,7 + 13,8j.$$

За результатами розрахунку, робимо висновок, що розімкнута БСК знаходиться на аперіодичній межі стійкості.

Дослідження стійкості замкнутої БСК проведено за узагальненим критерієм Найквіста із застосуванням  $H(p)$ . Замінімо  $p = j\omega$  і подамо визначник матриці обернених різниць у вигляді суми дійсної й уявної частин

$$H(j\omega) = |E + W(j\omega)| = P(\omega) + jQ(\omega).$$

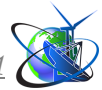
Побудуємо узагальнений годограф Найквіста за допомогою програмного пакета MathCad (рис. 3).



**Рисунок 3 - Узагальнений годограф Найквіста**

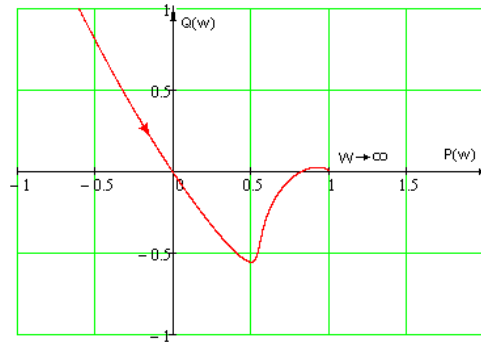
*Авторська розробка*

Якщо розімкнута система знаходиться на аперіодичній межі стійкості, то для стійкості замкнутої БСК необхідно й достатньо, щоб узагальнений годограф Найквіста, доповнений на ділянці розриву дугою нескінченно великого радіуса, не охоплював точку з координатами  $(0; j0)$ . Оскільки узагальнений годограф Найквіста, доповнений на ділянці розриву дугою нескінченно великого радіуса, охоплює точку з координатами  $(0; j0)$  (рис. 3, в), то замкнута БСК нестійка.



**Коливальна межа стійкості.** За допомогою узагальненого годографа Найквіста можна підібрати таку пару значень параметрів  $K_1$  і  $K_2$ , за яких БСК знаходиться на коливальній межі стійкості. Для нашого розрахункового прикладу:  $K_1=0,262$ ;  $K_2=135$ .

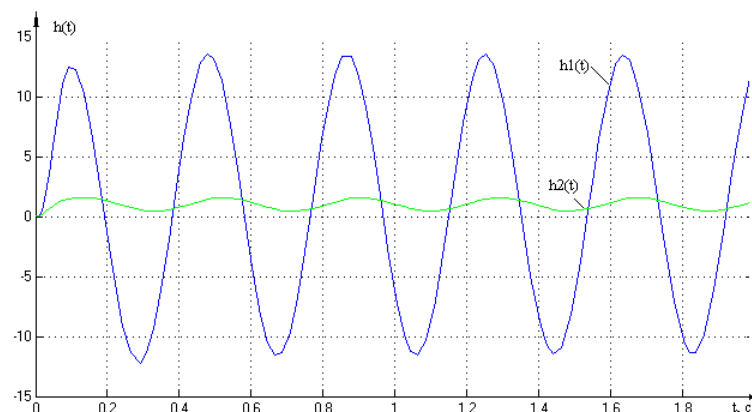
Зобразимо відкоректований годограф Найквіста для системи зі знайденими коефіцієнтами в області високих частот (рис. 4).



**Рисунок 4 - Відкоректований годограф Найквіста**

*Авторська розробка*

Перевіримо правильність обчислених значень моделюванням БСК. За допомогою програмного пакета MathCad побудуємо графіки перехідних процесів  $h_1(t)$  та  $h_2(t)$  (рис. 5).



**Рисунок 5 - Графіки перехідних процесів.**

*Авторська розробка*

Графіки перехідних характеристик (рис.5) являють собою незгасаючі коливання, отже, за заданих параметрів система перебуватиме на межі стійкості.

### **Висновки.**

У роботі представлено результати дослідження стійкості багатозв'язної системи керування. Початковими даними для аналізу стійкості є структурна схема та передаточні функції незмінної частини сепаратних каналів та перехресних зв'язків в об'єкті керування. Оцінку стійкості проведено за коренями характеристичного рівняння та узагальненим методом Найквіста. За заданих параметрів система перебуватиме на межі стійкості.





Подальші дослідження і синтез багатозв'язної системи керування мобільного робота з маніпулятором дозволить підвищити його живучість і ефективність за умов автономної роботи. Оскільки мобільний робот з маніпулятором є прикладом класу об'єктів «автономний мобільний робот змінюваної конфігурації», то отримані результати можна застосовувати до всіх об'єктів цього класу.

### Література

1. Лапота, А.В., Спасский, Б.А. (2020). Мобильные наземные робототехнические комплексы профессионального назначения. Робототехника и техническая кибернетика, № 8(1). – С. 5 – 17. doi: 10.31776/RTCJ.8101
2. Цариченко, С.Г., Антохин, Е.А., Чернова, П.Д. и Дементей, В.П. (2020). Состояние и проблемы стандартизации и унификации наземных робототехнических комплексов военного назначения. Робототехника и техническая кибернетика, № 8 (1) . – С. 18–23. doi: 10.31776/RTCJ.8102.
3. Ермолов, И.Л., Хрипунов, С.П., Благодарящев, И.В. и Хрипунов, С.С. (2017). Типовая структурно-функциональная схема робототехнических комплексов военного назначения. Информационно-измерительные и управляющие системы, № 15 (6). –С. 4-9. <https://elibrary.ru/item.asp?id=29712433>
4. Kurfess, T.R. (2018). Robotics and Automation Handbook; CRC Press: Boca Raton, FL, USA; ISBN 978-1-4200-3973-3.
5. Barrett, L. (2020). Handbook of Robotics; Willford Press: Forest Hills, NY, USA; ISBN 978-1-68285-776-2.
6. Ashhepkova, N.S. (2022). Analysis of inertia tensor of autonomous mobile robot. Technology Audit and Production Reserves. – Kharkiv. – February, 2022. – Vol.63. № 1-2. – P. 24 – 34. doi: 10.30890/2567-5273/.2021-15-02-066
7. Ashhepkova, N.S. (2023). Construction of a mathematical model of the dynamics of an autonomous mobile robot of variable configuration. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, – Kharkiv. – December, 2022. –Vol. 6 №7 (120). – P. 30 – 44. doi.org/10.15587/1729-4061.2022.269840
8. Zbrutsky, A., Koshevoy, N and Ashhepkova, N. Analysis of the Dynamics and Controllability of Autonomous Mobile Robot with a Manipulator/ In “Recent Developments in Automatic Control System”. – River Publishers, 2022 – P. 121 – 144. ISBN 9788770226745
9. Rubtsov, V.I., Mashkov, K.J. and Konovalov, K.V. (2021) Multi-Level Control System for a Intelligent Robot That is Part of a Group. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. Vol.22 (1), pp. 610-615. doi: 10.17587/mau.22.610-615.
10. Kurochkin, S.Yu. and Tachkov A.A. (2021) Methods of Formation Control for a Group of Mobile Robots (a Review), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. Vol.22 (6), pp. 304-315. doi: 10.17587/mau.22.304-315.
11. Kenzin, M., Bychkov, I. and Maksimkin, N. “Coordinated Recharging of Heterogeneous Mobile Robot Teams during Continuous large Scale Missions”, 2020 International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 2020, pp. 745-750, doi: 10.1109/CoDIT49905.2020.9263974.



12. Мартынов Ю. Г. Управление движением мобильных колесных роботов / Ю. Г. Мартынов // *Фундамент. и прикл. матем.*, – Москва „МГУ”. – Т.11., Вып.8. – 2005. – С.29–80.

13. Зырянов Г. В. Системы управления многосвязными объектами: учеб. пособие / Г. В. Зырянов // – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2010. – 112 с.

### References

1. Lapota, A., Spassky, B. (2020). Mobile ground-based robot systems for professional use. *Robotics and Technical Cybernetics*, № 8(1). – P. 5 – 17. doi: 10.31776/RTCJ.8101.

2. Tsarichenko, S., Antokhin, E., Chernova, P. and Demeney, V. (2020). The state and problems of standardization and unification of military ground robot systems. *Robotics and Technical Cybernetics*, № 8(1). – P. 18–23. doi: 10.31776/RTCJ.8102.

3. Ermolov, I.L., Khrypunov, S.P., Dzhachashchev, I.V. and Khrypunov, S.S. (2017). A typical structural and functional diagram of robotic complexes for military use. *Information-measuring and control systems*, № 15 (6). – P. 4 – 9. <https://elibrary.ru/item.asp?id=29712433>.

4. Kurfess, T.R. (2018). *Robotics and Automation Handbook*; CRC Press: Boca Raton, FL, USA; ISBN 978-1-4200-3973-3.

5. Barrett, L. (2020). *Handbook of Robotics*; Willford Press: Forest Hills, NY, USA; ISBN 978-1-68285-776-2.

6. Ashhepkova, N.S. (2022). Analysis of inertia tensor of autonomous mobile robot. *Technology Audit and Production Reserves*. – Kharkiv. – February, 2022. – Vol.63. № 1-2. – P. 24 – 34. doi: 10.30890/2567-5273/2021-15-02-066

7. Ashhepkova, N.S. (2023). Construction of a mathematical model of the dynamics of an autonomous mobile robot of variable configuration. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, – Kharkiv. – December, 2022. –Vol. 6 №7 (120). – P. 30 – 44. doi.org/10.15587/1729-4061.2022.269840

8. Zbrutsky, A., Koshevoy, N and Ashhepkova, N. (2022) Analysis of the Dynamics and Controllability of Autonomous Mobile Robot with a Manipulator/ In “Recent Developments in Automatic Control System”. – River Publishers, 2022 – P. 121 – 144. ISBN 9788770226745

9. Rubtsov, V.I., Mashkov, K.J. and Konovalov, K.V. (2021) Multi-Level Control System for a Intelligent Robot That is Part of a Group. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. Vol.22 (1), P. 610-615. doi: 10.17587/mau.22.610-615.

10. Kurochkin, S.Yu. and Tachkov A.A. (2021) Methods of Formation Control for a Group of Mobile Robots (a Review). *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. Vol.22 (6), P. 304-315. doi: 10.17587/mau.22.304-315.

11. Kenzin, M., Bychkov, I. and Maksimkin, N. (2020) Coordinated Recharging of Heterogeneous Mobile Robot Teams during Continuous large Scale Missions. *International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, 2020, P. 745-750, doi: 10.1109/CoDIT49905.2020.9263974.

12. Martynov Yu. G. Control of the movement of mobile wheeled robots, *Fundamental and applied mathematics*, – Moscow, „MSU”. – Issue.11., Vol.8. – 2005. – P. 29–80.

13. Zyryanov G.V. (2010) Control systems for multiconnected objects: textbook. manual; Chelyabinsk: SUSU Publishing Center – 112 p.

**Abstract.** *The article deals with an autonomous mobile robot with a manipulator. To study the dynamics of the system, the "carrier - transferred body" model is applied. The movement of the manipulator relative to the platform provides off-diagonality and non-stationarity to the inertia tensor of the system. The object of research is a multi-link control system of an autonomous mobile robot with a manipulator. Cross communication of channels is carried out due to the physical properties of the control object. The purpose of the study is to analyze the stability of a multi-link*





control system. The initial data for the stability analysis are the structural diagram and the transfer functions of the constant part of the separate channels and cross-connections in the control object. Stability was assessed using the roots of the characteristic equation and the generalized Nyquist method. Under the given initial conditions, the multi-link control system will be at the limit of stability.

**Keywords:** autonomous mobile robot, manipulator, multi-link control system.

*Стаття підготовлена в рамках роботи за д/б темами:  
№ 0122 U 001326 «Науково- методичне забезпечення прикладних  
досліджень в механіці механотронних систем», 2022-2024 р.р.  
№ 0121 U 108950 «Розробка вимірювальних  
перетворювачів з цифровим виходом», 2021-2023 р.р.*

Стаття відправлена: 17.12.2023 г.  
© Ащепкова Н.С., Кошовий М.Д.

*The article was prepared as part of the work on the following topics:  
No. 0122 U 001326 "Scientific and methodological support of  
applied research in the mechanics of mechatronic systems", 2022-2024.  
No. 0121 U 108950 "Development of measuring converters  
with digital output", 2021-2023*

Article sent: 17.12.2023 г.  
© Ashchepkova N.S., Koshevoy N.D.