



UDC 629.7.615.3

KINEMATIC ANALYSIS OF THE MANIPULATOR

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МАНІПУЛЯТОРА

Ashhepkova N.S. /Ащепкова Н.С.

с.т.с., аs.prof. / к.т.н., доц.

ORCID: 0000-0002-1870-1062

Opshitosh N.O. /Опшитош Н.О.

magistr/ magіstr

Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Gagarin Ave. 72, 49010

Дніпровський національний університет ім. О. Гончара, Дніпро, пр. Гагаріна 72, 49010

Анотація. У статті наведено результати кінематичного аналізу маніпулятора методом Денавіта – Хартенберга. Структурна схема маніпулятора містить п'ять ланок поєднаних ротаційними кінематичними парами п'ятого класу. Кінематичний аналіз та математичне моделювання рухів маніпулятора проведено з використанням програмного середовища MathCad. Впровадження результатів кінематичного аналізу дозволяє на етапі проектування мінімізувати кількість ступенів рухливостей для заданого технологічного процесу, обрати приводи та передаточні механізми, розробити ефективні алгоритми керування. Це дозволить знизити масу конструкції та споживану енергію, що обумовлює підвищення продуктивності під час експлуатації маніпулятора.

Ключові слова: маніпулятор, кінематика, матриця перетворень координат.

Вступ. При проектуванні нових маніпуляторів, впровадженні автоматизації виробництва та здійсненні наукових досліджень потрібно проводити кінематичний аналіз маніпулятора. Вибір параметрів конструкції (форма та геометричні розміри ланок, конструкція кінематичних пар, типи приводів та передавальних механізмів і т.п.) обумовлює синтез траєкторії при виконанні умов досяжності та орієнтації полюсу схвату маніпулятора у вузлових точках. Такий підхід може знизити вартість і забезпечити конфігурації, які можуть бути недосяжні універсальним маніпуляторам при діях в існуючому обмеженому середовищі. Для кінематичного аналізу маніпуляторів широко використовуються різноманітні аналітичні та чисельні методи. Студентський проект Glove передбачає створення пристрою керування (електронної рукавички) для забезпечення дистанційного керування маніпулятором. При роботі над проектом Glove виникла необхідність створити програмне забезпечення для здійснення кінематичного аналізу маніпулятора на етапах проектування, впровадження та експлуатації.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. При створенні нових конструкцій маніпуляторів застосовуються автоматизовані методи генерації кінематичної схеми. У статті [1] генерація кінематичної структури базується на масштабованих приводних модулях шарнірів і модулях несучих плечей з перевіркою допустимого крутного моменту приводу та згинального моменту несучого елемента. Для генерації варіацій кінематичних структур використовується алгоритм оптимізації, базова вимога функції придатності — це здатність проходити задану траєкторію з певною орієнтацією інструменту. Представлені результати досліджень дозволяють оптимізувати загальну вагу роботизованої руки з приводами в шарнірах та споживання електроенергії для



певного завдання керування.

У статті [2] представлено чотири різні алгоритми для генерації кінематичної схеми маніпулятора з використанням метода Денавіта-Хартенберга. Два алгоритми дозволяють оптимізувати кінематичну схему для зменшення похибки позиціонування схвату у заданій позиції. Для двох інших алгоритмів критерієм оптимізації кінематичної схеми є не лише похибка позиціонування а і орієнтація схвату. Запропоновані алгоритми оптимізації використовують сплайни Безьє, апроксимацію та векторну алгебру. Результати оцінюються шляхом вимірювання маніпулятивності та загальної довжини ланцюга кінематичних структур.

Для ефективного проектування надобмежених механізмів кінематичний опис маніпулятора здійснюється за методом Денавіта-Хартенберга, а кути Ейлера використовуються для формування геометричних обмежень синтезованих механізмів з надмірними обмеженнями. Шляхом регулювання довжин ланок, кутів закручування і кутів з'єднання генеруються різні схеми конструкції надобмежених механізмів. Новизна дослідження [3] полягає в модуляризації надобмеженого механізму на два рухомих послідовних маніпулятора, схвати яких мають ідентичну траєкторію та орієнтацію. Таким чином, визначення геометричних обмежень надобмеженого механізму може бути перетворено в знаходження кутових параметрів, що описують орієнтацію цих двох послідовних маніпуляторів. Кутові параметри послідовних маніпуляторів можуть бути легко визначені за допомогою кутів Ейлера. Представлений метод може бути поширений на кінематичний синтез та аналіз більш просторових механізмів замкнутого циклу.

Дослідження кінематики маніпулятора Comau NM45 у статті [4] містить розв'язання прямої та зворотної задач кінематики. Пряма задача кінематики вирішена методом Денавіта – Хартенберга. Для зворотної задачі кінематики маніпулятора використано підхід Піпера Використовуючи цей підхід, обернена кінематична задача розбивається на дві невеликі менш складні задачі. Це скорочує час кінематичного аналізу маніпулятора. Отримані аналітичні розв'язки було перевірено математичним моделюванням руху маніпулятора.

Пряма та зворотна задачі кінематики роботів Scara T6 та UR10 в статті [5] розв'язані в Matlab по алгоритму Денавіта-Хартенберга. Моделювання траєкторії виконано в Matlab. Запропоновано алгоритм синтезу траєкторій схвату маніпулятору з врахуванням координат початкової та кінцевої точки, максимальні швидкості і час руху.

Звичайні методи розв'язання задач кінематики маніпулятора не ефективні для конструкцій з ланками складної геометричної форми. У дослідженні [6] для вирішення прямої задачі кінематики маніпулятора застосовано матриці перетворень Денавіта-Хартенберга. Для знаходження рівнянь положення схвату використовується матриця трансформації. Алгоритми ALO, PSO, GWO та SCA використовуються для прогнозування орієнтації та позиціонування схвату маніпулятора в робочому просторі. Похибка позиціонування (різниця між реальним та цільовим розташуванням) оцінюється за допомогою фітнес-функції. Функція фітнесу використовувалася для знаходження обернених



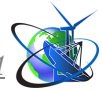
кінематичних розв'язків шляхом зменшення похибки позиціонування положення полюсу схвата.

У статті [7] представлено набір алгоритмів синтезу кінематичних структур послідовних маніпуляторів з використанням множинних формулювань обмежень. Крім того, наведено порівняння продуктивності різних методів генерації кінематичної схеми: Денавіта-Хартенберга, добутку експоненціалів (гвинтів) та кутів Roll-Pitch-Yaw з параметрами трансляції. Наведені в [7] дані свідчать, що вибір методу проектування обмежень має значний вплив на успішність збіжності оптимізації. Вибір представлення має менший вплив на конвергенцію, але є відмінності в часі оптимізації та довжині спроектованих маніпуляторів. Крім того, найкращі результати досягаються при поєднанні декількох методологій.

Оскільки аналітичні моделі, отримані на основі геометричного методу, теорії гвинтів або чисельних методів, передбачають наближення і вимагають більшої обчислювальної потужності, вони не доцільні для управління маніпулятором в реальному часі. У статті [8] продемонстровано доцільність використання штучного інтелекту для розв'язання зворотної задачі кінематики маніпулятора, особливо для складних геометрій ланок. Результати, отримані за допомогою алгоритмів машинного навчання та підходу Денавіта-Хартенберга, порівнюються з експериментальними результатами для оцінки їх продуктивності. Кінематичну модель для запропонованого прикладу конструкції маніпулятора отримано з використанням модифікованого підходу, кінематичні розв'язки отримано за допомогою алгоритму Левенберга-Марквардта. Для передбачення наступної конфігурації маніпулятора застосовуються різні алгоритми прогнозування, такі як множинна лінійна регресія, багатовимірні поліноміальна регресія, опорний вектор, дерево рішень, випадкова лісова регресія та багатошарові мережі перцептрона. Набір даних, необхідний для навчання мережі, генерується експериментально з використанням концепції маркерів ArUco.

У статті [9] представлено результати проекту по створенню шарнірно-зчленованого робота-маніпулятора з трьома ступенями рухливостей. Для визначення положення схвату вирішено пряму задачу кінематики з використанням методу Денавіта-Хартенберга. Зворотна задача кінематики має алгебраїчний розв'язок геометричним методом, заснований на тригонометричних формулах. Моделювання рухів маніпулятора здійснено з використанням програмного середовища MATLAB. Крім того, розроблена електронна схема системи керування маніпулятора з використанням мікроконтролера Arduino.

Для забезпечення ефективного дистанційного керування маніпуляторами розробка алгоритмів, визначення номенклатури інформаційно-вимірювальних пристроїв та вибір каналів зв'язку здійснюється на основі результатів кінематичного та динамічного аналізу. У статті [10] представлені результати проектування регулятора точного положення для схвату маніпулятора. На першому етапі здійснено розв'язання прямої та зворотної задач кінематики маніпулятора методом Денавіта - Хартенберга. На другому етапі



проаналізовано динаміку маніпулятора за загальним рівнянням Ейлера-Лагранжа і формулою матриці Коріоліса. На третьому етапі запропоновано два закони управління положенням схвату маніпулятора з використанням PD - обчислювального контролеру крутного моменту (PD-СТС) і контролеру ковзного режиму (SMC). На четвертому етапі проведено чисельне моделювання рухів схвату маніпулятора під керуванням запропонованих контролерів. для робота-маніпулятора.

Зниження крутних моментів у кінематичних парах дозволяє знизити спожиту енергію, а також збільшити термін експлуатації маніпулятора. У статті [11] запропоновано використання алгоритмів еволюційних обчислень для оптимізації траєкторій руху маніпулятора з метою зниження крутних моментів з'єднання. Дослідження кінематичних властивостей маніпулятора проведено за методом Денавіта-Хартенберга, аналіз динаміки маніпулятора - методами Лагранжа-Ейлера та Ньютона-Ейлера. Застосовано алгоритми оптимізації на основі штучного інтелекту: генетичний алгоритм з використанням випадкової та середньої рекомбінації, імітаційний відпал з використанням лінійної та геометричної стратегії охолодження та диференціальної еволюції. Методи порівнюються, і результати показують, що генетичний алгоритм забезпечує найкращі результати щодо мінімізації крутного моменту.

Актуальність роботи обумовлена тим, що результати кінематичного аналізу є основою для створення, дослідження та вдосконалення маніпуляторів.

Мета дослідження – оптимізація конструкції маніпулятора методом кінематичного аналізу. Перелік якісних критеріїв для оптимізації кінематичної структури залежить від галузі застосування маніпулятора. Найбільш поширені параметри оцінювання при оптимізації кінематичної структури маніпулятора, це: 1) мінімізація ступенів рухливостей для заданого технологічного процесу, 2) робоча зона та межі досяжності полюса схвату, 3) перевірка на просторові зіткнення, 4) споживання енергії, 5) мінімізація маси.

Об'єкт дослідження. Студентський проект Glove передбачає створення пристрою керування (електронної рукавички) для забезпечення дистанційного керування маніпулятором. Об'єктом керування обрано п'ятиланковий маніпулятор з ротаційними кінематичними парами 5-го класу (рис.1).

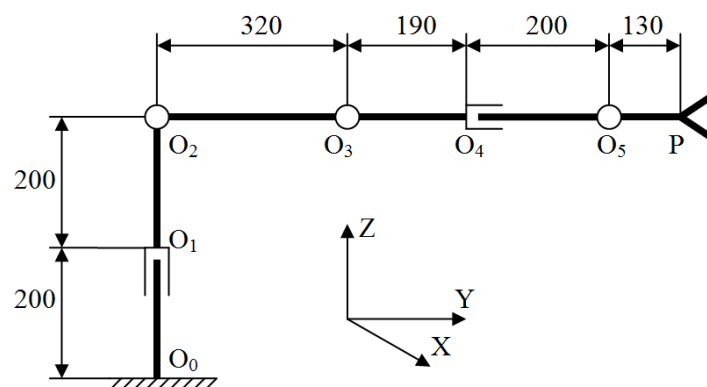
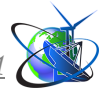


Рисунок 1 – Розрахункова схема маніпулятора

Авторська розробка



Матеріали та методи. Маніпулятор є відкритим кінематичним ланцюгом, жорсткі ланки якого з'єднані кінематичними парами п'ятого класу. Якщо кінематичний ланцюг не містить внутрішніх закритих контурів, то кількість кінематичних пар n визначає кількість ступенів рухливості маніпулятора. Положення кінематичного ланцюга маніпулятора визначається за допомогою узагальнених координат $q_i(t)$, ($i = 1, 2, \dots, n$), що характеризують відносні рухи в кінематичних парах. Кінематичний аналіз маніпулятора містить наступні завдання:

- перше завдання кінематики (пряма задача положення маніпулятора),
- друге завдання кінематики (зворотна задача положення маніпулятора).

Рішення зворотної задачі положення маніпулятора здійснюється як на стадії проектування, так і на стадії синтезу команд керування. Слід зазначити, що для маніпуляторів з великою кількістю ступенів рухливості задану позицію спеціальної точки Р (полюсу схвата) можна забезпечити декількома наборами узагальнених координат. Вибір оптимального рішення засновано на додаткових обмеженнях або критеріях якості. Кінематичний аналіз маніпулятора проводимо за методом Денавіта -Хартенберга.

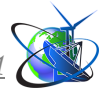
Маніпулятор переміщує схват з навантаженням (заготівка, інструмент, контрольні та вимірювальні пристрої) згідно з даним законом руху. Залежно від мети маніпулятора на різних ділянках траєкторії параметри навантаження можуть змінюватися: геометричні розміри, форма, розподіл маси. Ці особливості враховано на етапі складання математичної моделі, оскільки коефіцієнти диференціальних рівнянь є функціями узагальнених координат маніпулятора та залежать від закону руху та параметрів навантаження.

Для кінематичний аналізу маніпулятора застосовано пакет прикладних програм Mathcad.

Початкові умови. Кінематичний аналіз виконано за розрахунковою кінематичною схемою маніпулятора (рис. 1). Довжина кожної ланки у мм наведена на розрахунковій схемі (рис.1), щільність ланок маніпулятора $\rho = 1,5$ г/см³. Початкові положення ланок $q_{10} = 0,25\pi$ рад, $q_{20} = 0,25\pi$ рад, $q_{30} = 0$ рад, $q_{40} = 0$ рад, $q_{50} = 0,25\pi$ рад.

З кожною ланкою маніпулятора зв'язана права система декартових координат $Ox_i y_i z_i$. Початок координат O_i розташовано в центрі шарніра. Одна з вісей координат спрямована з віссю шарніра, друга вісь координат направлена вздовж вісі симетрії ланки, третя вісь - доповнює праву систему [12]. Базова система координат пов'язана з нерухливою основою маніпулятора. Рух полюса схвата маніпулятора визначається зміною у часі узагальнених координат $q_i(t)$, які є кутами обертання у кінематичних парах. Закон зміни узагальнених координат визначається параметрами виконавчих приводів. Припустимо, що реалізуються наступні закони зміни узагальнених координат:

$$\begin{aligned} q_1(t) &= 0.025t^2 + 0.01t + q_{10}, & q_2(t) &= -0.03t^2 - 0.01t + q_{20}, \\ q_3(t) &= -0.03t^2 - 0.01t + q_{30}, & q_4(t) &= 0.1t^2 + 0.01t + q_{40}, \\ q_5(t) &= 0.1t^2 + 0.01t + q_{50}. \end{aligned}$$



Результати досліджень та обговорення

Перше завдання кінематики. За заданою кінематичною схемою маніпулятора та законами руху (законами змін узагальнених координатах $q_i(t), i = 1, \dots, 5$) визначено положення особливої точки Р (полюсу схвата) у базовій системі координат. Складено матриці перетворення координат:

$$A_4^5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}q_5 & -\text{Sin}q_5 & 200 \\ 0 & \text{Sin}q_5 & \text{Cos}q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_3^4 = \begin{bmatrix} \text{Cos}q_4 & 0 & -\text{Sin}q_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 190 \\ \text{Sin}q_4 & 0 & \text{Cos}q_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}q_3 & -\text{Sin}q_3 & 320 \\ 0 & \text{Sin}q_3 & \text{Cos}q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_1^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}q_2 & -\text{Sin}q_2 & 0 \\ 0 & \text{Sin}q_2 & \text{Cos}q_2 & 200 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} \text{Cos}q_1 & -\text{Sin}q_1 & 0 & 0 \\ \text{Sin}q_1 & \text{Cos}q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 200 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Координати полюсу схвату в системі координат зв'язаній з п'ятою ланкою $\vec{r}_P^5 = (0 \ 130 \ 0 \ 1)^T$, а в базовій системі координат

$$\vec{r}_P^0 = f(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)) = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot \vec{r}_P^5 = T_5 \cdot \vec{r}_P^5,$$

де \vec{r}_P^0 - вектор координат полюсу схвату в базовій системі координат, \vec{r}_P^5 - вектор координат полюсу схвату в системі координат зв'язаній з п'ятою ланкою, $T_5 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5$ - загальна матриця перетворення координат від 5-ої ланки до 0-го ланки (основи маніпулятора).

Для обчислення швидкостей та прискорень полюсу схвату відносно базової системи координат скористаємося формулами:

$$\vec{v}_P^0 = \vec{r}_P'^0 = \frac{d}{dt}(T_5 \cdot \vec{r}_P^5) = \frac{d}{dt}T_5 \cdot \vec{r}_P^5,$$

$$\vec{a}_P^0 = \vec{r}_P''^0 = \frac{d^2}{dt^2}(T_5 \cdot \vec{r}_P^5) = \frac{d^2}{dt^2}T_5 \cdot \vec{r}_P^5.$$

Результати розв'язання прямої задачі кінематики з використанням пакету прикладних програм Mathcad наведено на рис.2.

Px(t) =	Py(t) =	Pz(t) =
-0.355	0.355	1.032
-0.356	0.355	1.031
-0.358	0.355	1.03
-0.361	0.355	1.028
-0.364	0.355	1.025
-0.367	0.355	1.022
-0.372	0.355	1.019
-0.376	0.355	1.015
-0.382	0.354	1.01
-0.388	0.353	1.005
-0.394	0.352	0.999
-0.401	0.351	0.993

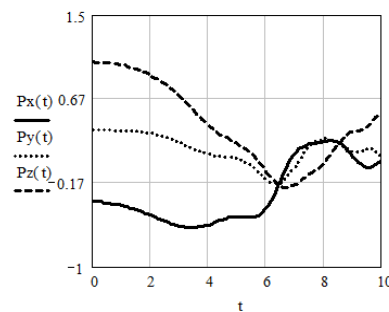
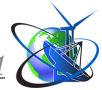


Рисунок 2 – Результати розв'язання прямої задачі кінематики

Авторська розробка



Результати математичного моделювання швидкості та прискорення полюсу схвату відносно базової системи координат наведено на рис. 3.

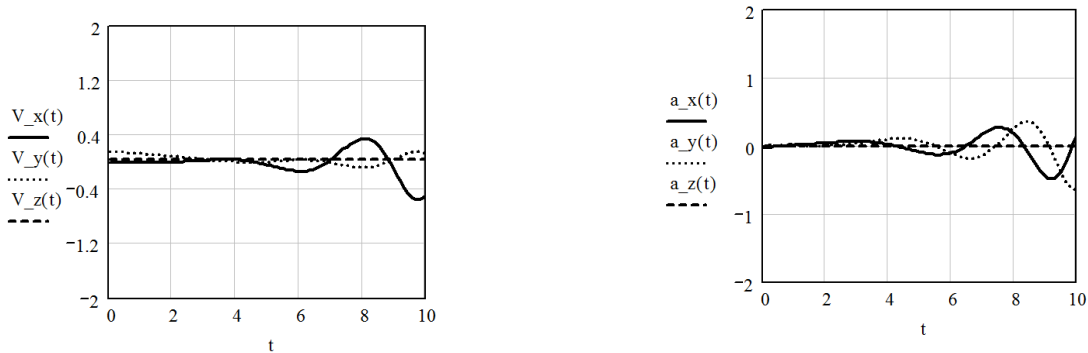


Рисунок 3 – Моделювання швидкості та прискорення полюсу схвату відносно базової системи координат

Авторська розробка

За результатами математичного моделювання швидкостей та прискорень полюсу схвату можна обрано виконавчі приводи у кінематичних парах та передаточні механізми маніпулятора за умови забезпечення заданої траєкторії полюса схвату та зменшення споживаної енергії.

Друге завдання кінематики. За відомою кінематичною схемою маніпулятора встановити набори значень узагальнених координат для забезпечення заданого положення та орієнтації полюсу схвату в базовій системі координат.

Положення та орієнтацію полюсу схвату визначимо за допомогою трьох лінійних $x(t), y(t), z(t)$ та трьох кутових координат $\alpha(t), \beta(t), \gamma(t)$. Для обчислення $q_i(t_m), i = 1..5$ скористаємось формулою

$$\vec{r}_P^5 = (T_n)^{-1} \cdot \vec{r}_P^0,$$

де \vec{r}_P^0 - вектор координат полюсу схвату в базовій системі координат, \vec{r}_P^5 - вектор координат полюсу схвату в системі координат зв'язаній з п'ятою ланкою, $T_5 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5$ - загальна матриця перетворення координат від 5 -ої ланки до 0 - го ланки (основи маніпулятора). Якщо врахувати, що для моменту часу t_m координати полюсу схвату дорівнюють

$$\vec{r}_P^n = f(t_m, x(t_m), y(t_m), z(t_m), \alpha(t_m), \beta(t_m), \gamma(t_m)),$$

можна записати

$$\begin{aligned} x(t_m) &= F_1(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_i(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ y(t_m) &= F_2(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_i(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ z(t_m) &= F_3(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_i(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ \alpha(t_m) &= F_4(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_i(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ \beta(t_m) &= F_5(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_i(t_m), \dots, q_n(t_m)), \\ \gamma(t_m) &= F_6(t_m, q_1(t_m), q_2(t_m), \dots, q_i(t_m), \dots, q_n(t_m)). \end{aligned} \tag{1}$$

Таким чином, для вирішення другого завдання кінематики у загальному випадку потрібно для моменту часу t_m розв'язати систему нелінійних рівнянь виду (1).



Метод рішення системи рівнянь (1) залежить від кількості узагальнених координат в кінематичній схемі маніпулятора. Для розглянутої конструкції $n = 5$. Якщо $n < 6$, то рішення системи рівнянь (1) існує для обмеженого набору положень схвата. В цьому випадку робоча зона маніпулятора має обмеження. Система рівнянь (1) доповнена обмеженнями, ефективно вирішуються в середовищі Mathcad.

Результати розв'язання зворотної задачі кінематики з використанням пакету прикладних програм Mathcad наведено на рис.4.

.Zvorotna_zadacha_kinematiki

$$q1k := 0 \quad q2k := 0 \quad q3k := 0 \quad q4k := 0 \quad q5k := 0$$

$$Xp := -0.3 \quad Yp := 0.433 \quad Zp := -0.017$$

Given

$$Xp = \sin(q1k) \cdot (0.8 + 0.7 \cdot \cos(q2k)) + 0.6 \cdot \cos(q2k + q3k) + 0.3 \cdot \cos(q2k + q3k + q4k) - 0.05 \cdot \sin(q2k + q3k + q4k) \cdot \sin(q5k)$$

$$Yp = \cos(q1k) \cdot (0.8 + 0.7 \cdot \cos(q2k)) + 0.6 \cdot \cos(q2k + q3k) + 0.3 \cdot \cos(q2k + q3k + q4k) - 0.05 \cdot \sin(q2k + q3k + q4k) \cdot \sin(q5k)$$

$$Zp = -0.05 \cdot \cos(q2k + q3k + q4k) \cdot \sin(q5k) - .3 \cdot \sin(q2k + q3k + q4k) + .5 - .6 \cdot \sin(q2k + q3k) - .7 \cdot \sin(q2k)$$

$$\text{Find}(q1k, q2k, q3k, q4k, q5k) \rightarrow \begin{pmatrix} 2.5356878027030048394 & 2.5356878027030048394 & -60590485088678839908 & -60590 \\ 2.8161645253338211005 & 2.2303957487587411127 & 1.4488657403016409034 & .56541 \\ .32542812825597213796 & .91119690483105212578 & 1.6927269132881523351 & 2.5761 \\ -1.3574737674987986556 & .12084873441177439190 & 2.5072147520089949754 & -.49293 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4 – Результати розв'язання зворотної задачі кінематики

Авторська розробка

За результатами кінематичного аналізу виконано оптимізацію конструкції маніпулятора (рис.4).

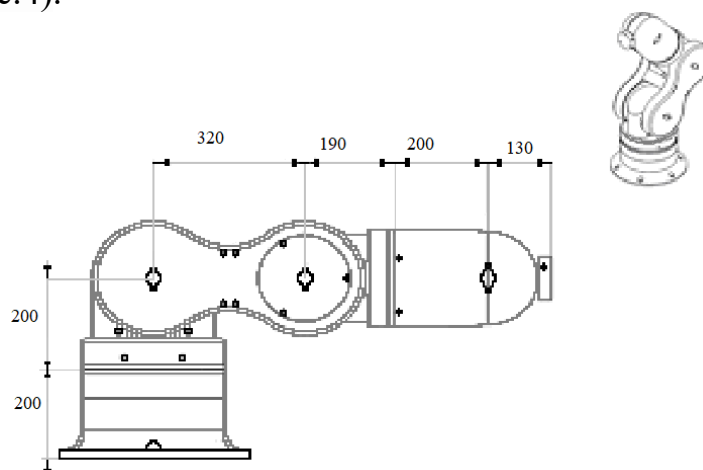


Рисунок 4 – Схема конструкції маніпулятора

Авторська розробка

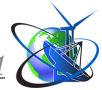
При опрацюванні конструкції маніпулятора визначено геометричну форму та розміри ланок маніпулятора з метою мінімізації маси. На основі аналізу швидкостей та прискорень обрано виконавчі приводи та передаточні механізми маніпулятора за умови зменшення споживаної енергії. Моделювання рухів маніпулятора дозволило визначити межі досяжності полюса схвата



Висновки. Проведення кінематичного аналізу маніпулятора виконано методом перетворення координат Денавіта - Хартенберга. Застосування пакету прикладних програм Mathcad дозволяє формалізувати процес розрахунку, знизити витрати часу та зменшити кількість помилок. Використання результатів кінематичного аналізу дозволило оптимізувати геометричні розміри ланок, обрати тип виконавчих приводів та передаточних механізмів. Це дозволить знизити масу конструкції та споживану енергію, що обумовлює підвищення продуктивності під час експлуатації маніпулятора. Створене програмне забезпечення буде у подальшому застосовано при розробці алгоритмів дистанційного керування маніпулятором.

Література

1. Mostýn V., Huczala D., Moczulski W. A. Dimensional optimization of the robotic arm to reduce energy consumption. *MM Science Journal*. 2020. No. 1. P. 3745–3753. DOI: [10.17973/MMSJ.2020_03_2020001](https://doi.org/10.17973/MMSJ.2020_03_2020001).
2. Huczala D., Pfuner M., Mostýn V. Initial estimation of kinematic structure of a robotic manipulator as an input for Its synthesis. *Applied Sciences*. 2021. No. 11(8). DOI: [10.3390/app11083548](https://doi.org/10.3390/app11083548).
3. Lee F.-H., Hsu K.-L. A synthesis method of spatial over-constrained mechanisms based on kinematics of serial manipulators. *Robotica*. 2022. No. 40(12). P. 1-25. DOI: [10.1017/S0263574722000868](https://doi.org/10.1017/S0263574722000868)
4. Asif S., Webb P. Kinematics Analysis of 6-DoF Articulated Robot with Spherical Wrist. *Mathematical Problems in Engineering*. 2021. No. 4. DOI: [10.1155/2021/6647035](https://doi.org/10.1155/2021/6647035)
5. Diaz C. P., Palomares R. J., Alva J. and Cornejo J. Mechatronics design and robotic simulation of serial manipulators to perform automation tasks in the avocado Industry. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. 2023. No. 14(8). DOI: [10.14569/IJACSA.2023.0140856](https://doi.org/10.14569/IJACSA.2023.0140856)
6. Jangid M. K., Kumar S., Singh J. Inverse kinematics solutions of a newly designed three-link robotic manipulator for the casting process using the ant lion optimizer. *The International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*. 2023. No. 9. P. 1704–1717. DOI: [10.19101/IJATEE.2021.876125](https://doi.org/10.19101/IJATEE.2021.876125)
7. Huczala D., Kot T., Pfuner M. and Bobovsky Z. Multirepresentations and Multiconstraints approach to the numerical synthesis of serial kinematic structures of manipulators. *IEEE Access*. 2022. No. 10. P. 68937-68951. DOI: [10.1109/ACCESS.2022.3186098](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3186098).
8. Thomas M.J., Sanjeev M.M., Joy M.L. Comparative study of various machine learning algorithms and Denavit–Hartenberg approach for the inverse kinematic solutions in a 3- PP SS parallel manipulator. *Industrial Robot the international journal of robotics research and application*. 2020. DOI: [10.1108/IR-11-2019-0233](https://doi.org/10.1108/IR-11-2019-0233)
9. Dawood H., Hamzah M., Bakhy S. H. Kinematics analysis and implementation of three degrees of freedom robotic arm by using MATLAB. *The Iraqi Journal for Mechanical and Materials Engineering*. 2021. No. 21(2). P. 118-129. DOI: [10.32852/ijqfmme.v21i2.547](https://doi.org/10.32852/ijqfmme.v21i2.547)
10. Nguyen Q.T., Phan T.V., Vo D.-T. and other. Kinematics, dynamics and



control design for a 4-DOF robotic manipulator. *Conference: 2021 International Conference on System Science and Engineering (ICSSE)*.. Ho Chi Minh City, Vietnam, August 2021, P. 138-144. DOI: [10.1109/ICSSE52999.2021.9538418](https://doi.org/10.1109/ICSSE52999.2021.9538418).

11. Šegota S. B., Lorencin I., Car Z. and other. Path planning optimization of six-degree-of-freedom robotic manipulators using evolutionary algorithms. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2020. No. 17(2). P. 1-16. DOI: [10.1177/1729881420908076](https://doi.org/10.1177/1729881420908076).

12. Ащепкова Н. С. Метод кинематического и динамического анализа манипулятора с использованием Mathcad. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2015. № 5/7(77). С. 54–63. DOI: [10.15587/1729-4061.2015.51105](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.51105).

References

1. Mostýn V., Huczala D., Moczulski W. A. Dimensional optimization of the robotic arm to reduce energy consumption. *MM Science Journal*. 2020. No. 1. P. 3745–3753. DOI: [10.17973/MMSJ.2020_03_2020001](https://doi.org/10.17973/MMSJ.2020_03_2020001).

2. Huczala D., Pfüner M., Mostýn V. Initial estimation of kinematic structure of a robotic manipulator as an input for Its synthesis. *Applied Sciences*. 2021. No. 11(8). DOI: [10.3390/app11083548](https://doi.org/10.3390/app11083548).

3. Lee F.-H., Hsu K.-L. A synthesis method of spatial over-constrained mechanisms based on kinematics of serial manipulators. *Robotica*. 2022. No. 40(12). P. 1-25. DOI: [10.1017/S0263574722000868](https://doi.org/10.1017/S0263574722000868)

4. Asif S., Webb P. Kinematics Analysis of 6-DoF Articulated Robot with Spherical Wrist. *Mathematical Problems in Engineering*. 2021. No. 4. DOI: [10.1155/2021/6647035](https://doi.org/10.1155/2021/6647035)

5. Diaz C. P., Palomares R. J., Alva J. and Cornejo J. Mechatronics design and robotic simulation of serial manipulators to perform automation tasks in the avocado Industry. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. 2023. No. 14(8). DOI: [10.14569/IJACSA.2023.0140856](https://doi.org/10.14569/IJACSA.2023.0140856)

6. Jangid M. K., Kumar S., Singh J. Inverse kinematics solutions of a newly designed three-link robotic manipulator for the casting process using the ant lion optimizer. *The International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*. 2023. No. 9. P. 1704–1717. DOI: [10.19101/IJATEE.2021.876125](https://doi.org/10.19101/IJATEE.2021.876125)

7. Huczala D., Kot T., Pfüner M. and Bobovský Z. Multirepresentations and Multiconstraints approach to the numerical synthesis of serial kinematic structures of manipulators. *IEEE Access*. 2022. No. 10. P. 68937-68951. DOI: [10.1109/ACCESS.2022.3186098](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3186098).

8. Thomas M.J., Sanjeev M.M., Joy M.L. Comparative study of various machine learning algorithms and Denavit–Hartenberg approach for the inverse kinematic solutions in a 3- PP SS parallel manipulator. *Industrial Robot the international journal of robotics research and application*. 2020. DOI: [10.1108/IR-11-2019-0233](https://doi.org/10.1108/IR-11-2019-0233)

9. Dawood H., Hamzah M., Bakhy S. H. Kinematics analysis and implementation of three degrees of freedom robotic arm by using MATLAB. *The Iraqi Journal for Mechanical and Materials Engineering*. 2021. No. 21(2). P. 118-129. DOI: [10.32852/ijqfmme.v21i2.547](https://doi.org/10.32852/ijqfmme.v21i2.547)

10. Nguyen Q.T., Phan T.V., Vo D.-T. and other. Kinematics, dynamics and control design for a 4-DOF robotic manipulator. *Conference: 2021 International Conference on System Science and Engineering (ICSSE)*.. Ho Chi Minh City, Vietnam, August 2021, P. 138-144. DOI: [10.1109/ICSSE52999.2021.9538418](https://doi.org/10.1109/ICSSE52999.2021.9538418).

11. Šegota S. B., Lorencin I., Car Z. and other. Path planning optimization of six-degree-of-freedom robotic manipulators using evolutionary algorithms. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2020. No. 17(2). P. 1-16. DOI: [10.1177/1729881420908076](https://doi.org/10.1177/1729881420908076)

12. Ashhepkova N.S. Mathcad in the kinematic and dynamic analysis of the manipulator.



Eastern European Journal of Enterprise Technologies. 2015. № 5/7(77). С. 54–63.
DOI: [10.15587/1729-4061.2015.51105](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.51105).

Abstract. *The article presents the results of the kinematic analysis of the manipulator using the Denavit-Hartenberg method. The structural diagram of the manipulator contains five links connected by rotary kinematic pairs of the fifth class. Kinematic analysis and mathematical modeling of the movements of the manipulator were carried out using the MathCad programming environment. Implementation of the results of kinematic analysis allows at the design stage to minimize the number of degrees of mobility for a given technological process, to choose drives and transmission mechanisms, to develop effective control algorithms. This will allow to reduce the weight of the structure and the energy consumed, which leads to an increase in productivity during the operation of the manipulator.*

Keywords: *manipulator, kinematics, coordinate transformation matrix.*

*Стаття підготовлена в рамках роботи за д/б темою
№ 0122 U 001326 «Науково- методичне забезпечення прикладних
досліджень в механіці механотронних систем», 2022-2024 р.р.
Дослідження проведено в Noosphere Engineering School при фінансовій
підтримці ГО «Асоціація Ноосфера».*

Статья отправлена: 17.12.2023 г.
© Ащепкова Н.С., Опшитош Н.С.

*The article was prepared as part of the work on the d/b topic
No. 0122 U 001326 "Scientific and methodical support of applied research
in the mechanics of mechanotronic systems", 2022-2024.
The research was carried out at the Noosphere Engineering School
with the financial support of the GO "Noosphere Association".*

Article sent: 17.12.2023 г.
© Ashchepkova N.S., Opshitosh N.O.