



Секція: Інформатика, обчислювальна техніка та управління

УДК 681.54

**DEVELOPMENT OF A METHOD FOR CONSTRUCTING A LINEAR APPROXIMATION DIFFERENTIAL MODEL OF THE CONTROL OBJECT**  
**РОЗРОБЛЕННЯ МЕТОДУ ПОБУДОВИ ЛІНІЙНОЇ АПРОКСИМАЦІЙНОЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ МОДЕЛІ ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ****Zyma I.V. / Зима І.В.***PhD student of the Department of Software and Computer-integrated technologies / аспірант кафедри програмних та комп'ютерно-інтегрованих технологій*  
ORCID: 0009-0009-8745-8543**Sokoliuk S.O. / Соколюк С.О.***PhD student of the Department of Software and Computer-integrated technologies / аспірант кафедри програмних та комп'ютерно-інтегрованих технологій*  
ORCID: 0009-0003-0886-1462**Solohub O.V. / Сологуб О.В.***PhD student of the Department of Software and Computer-integrated technologies / аспірант кафедри програмних та комп'ютерно-інтегрованих технологій*  
ORCID: 0009-0002-8698-5535**Stafidov Y.B. / Стафідов Є/Б.***PhD student of the Department of Software and Computer-integrated technologies / аспірант кафедри програмних та комп'ютерно-інтегрованих технологій*  
ORCID: 0009-0000-4222-9223*Odesa Polytechnic National University, Odesa, Shevchenko Avenue, 1, 65044*  
*Національний університет «Одеська політехніка», Одеса, пр. Шевченка, 1, 65044*

**Анотація.** В роботі розглядається розробка методу побудови лінійної апроксимаційної диференціальної моделі об'єкта керування для оптимізації процесів переробки органічних відходів. Зростаюча кількість органічних відходів, що утворюються в процесах життєдіяльності людини, потребує ефективних технологічних рішень для їх утилізації та переробки. Одним з ключових аспектів забезпечення оптимального процесу є точне моделювання поведінки об'єкта керування, що дає змогу розробляти системи автоматизованого управління для стабільного та ефективного керування переробкою відходів. У роботі пропонується метод лінійної апроксимації, який дозволяє побудувати диференціальну модель об'єкта на основі експериментальних даних, що значно спрощує процеси аналізу та контролю. Модель дозволяє прогнозувати зміни важливих параметрів процесу, таких як температура, вологість і складність відходів, і адаптувати систему до змінних умов. Розроблені методи сприяють покращенню точності управління та знижують витрати енергії при збереженні стабільності процесу. Впровадження даних моделей в системи автоматичного керування дозволяє досягнути значних покращень в процесах переробки органічних відходів, зменшуючи негативний вплив на навколишнє середовище та підвищуючи економічну ефективність.

**Ключові слова:** лінійна апроксимація, диференціальна модель, об'єкт керування, переробка відходів, ПД-регулятор, адаптивне керування, оптимізація процесу.

**Вступ.**

Переробка органічних відходів довільного складу є однією з ключових задач сучасної екології та сталого розвитку. Зростання обсягів таких відходів, утворених у побутовій, сільськогосподарській і промисловій сферах, створює значне навантаження на довкілля. Водночас ефективна переробка цих відходів



дозволяє отримати цінні продукти, такі як біогаз, компост і добрива. Для цього необхідне впровадження автоматизованих систем управління, які забезпечують адаптацію процесів до змінного складу органічної сировини.

Одним із критичних факторів ефективності таких систем є контроль і управління подачею сировини. Неврегульована подача може призводити до зниження продуктивності біохімічних реакцій, перенасичення або дефіциту ресурсів у системі. При цьому органічні відходи мають довільний і змінний склад, залежно від джерела, що ускладнює прогнозування процесів переробки.

Складні динамічні системи, які описують ці процеси, характеризуються нелінійністю і значною кількістю взаємозалежних параметрів. Це ускладнює побудову математичних моделей, які могли б адекватно відображати поведінку системи. Лінійна апроксимація є ефективним підходом до спрощення таких систем, дозволяючи зменшити обчислювальну складність і забезпечити достатню точність для впровадження автоматичних алгоритмів управління.

Метою роботи є розроблення методу побудови лінійної апроксимаційної диференціальної моделі об'єкта керування для автоматизованих систем переробки органічних відходів. Така модель має враховувати змінний склад сировини, забезпечувати адекватний опис динамічних процесів і дозволяти оптимізувати подачу органіки в реальному часі.

Реалізація цієї мети сприятиме підвищенню ефективності процесів переробки органічних відходів, мінімізації їхнього впливу на довкілля та покращенню якості отримуваних продуктів.

### **Основний текст**

#### ***1. Алгоритм подання одновимірної апроксимаційної моделі об'єкта керування***

Одновимірна апроксимаційна модель [1] використовується для опису процесів, де є лише один впливовий вхідний параметр на вихід. Наприклад, для процесу переробки органічних відходів важливими параметрами можуть бути температура або вологість, що визначають ефективність процесу. Алгоритм побудови моделі [1, 2] може включати кілька основних етапів:

1. *Збір даних*: Потрібно зібрати експериментальні дані, які включають вимірювання значень вхідного параметра  $x(t)$  (температура, вологість) та відповідного вихідного параметра  $y(t)$  (швидкість розкладу, концентрація газів тощо).

2. *Вибір типу апроксимаційної функції*: Для побудови моделі можна використати різні функції апроксимації, такі як лінійні або поліноміальні. Одним із найбільш простих варіантів є лінійна апроксимація:

$$y(t) = a_0 + a_1 x(t), \quad (1)$$

де  $a_0$  та  $a_1$  — це коефіцієнти, які потрібно визначити.

3. *Ідентифікація коефіцієнтів*: Для визначення коефіцієнтів  $a_0$  та  $a_1$  використовують метод найменших квадратів, що мінімізує різницю між реальними і модельними значеннями. Для лінійної моделі це виглядає так:



$$a_0, a_1 = \arg \min \sum_{i=1}^N (y_i - (a_0 + a_1 x_i))^2, \quad (2)$$

де  $N$  — кількість спостережень.

4. *Перевірка моделі:* Після ідентифікації коефіцієнтів потрібно перевірити модель за допомогою тестових даних. Якщо похибка залишається в межах допустимих значень, модель може бути використана для прогнозування.

## 2. Метод визначення одновимірної апроксимаційної моделі об'єкта керування

У цьому методі [3] застосовуються поліноміальні функції для апроксимації залежностей між вхідними та вихідними параметрами. Наприклад, якщо процес переробки органічних відходів має нелінійні властивості, можна застосувати поліноміальну модель:

$$y(t) = a_0 + a_1 x(t) + a_2 x(t)^2 + \dots + a_n x(t)^n, \quad (3)$$

де:  $x(t)$  — вхідний параметр,

$y(t)$  — вихідний.

Для визначення коефіцієнтів використовують методи регресії, зокрема, метод найменших квадратів:

$$\min_{a_0, a_1, \dots, a_n} \sum_{i=1}^N (y_i - \sum_{k=0}^n a_k x_i^k)^2, \quad (4)$$

Цей метод дозволяє побудувати точнішу модель, ніж лінійна, оскільки він може врахувати складнішу залежність між вхідними і вихідними параметрами.

## 3. Метод двовимірної ідентифікації нелінійного об'єкта керування

Для процесів, де на результат впливає більше ніж один параметр, застосовують двовимірні моделі. Наприклад, в процесах переробки органічних відходів [4] одночасно можуть впливати температура та вологість. У такому випадку модель може бути представлена як двовимірна функція:

$$y(t) = f(x_1(t), x_2(t)) = a_0 + a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + a_3 x_1(t)x_2(t) + a_4 x_1(t)^2 + a_5 x_2(t)^2, \quad (5)$$

де:  $x_1(t)$  та  $x_2(t)$  — вхідні параметри (наприклад, температура і вологість),

$y(t)$  — вихідний параметр, наприклад, швидкість біологічного розкладу.

Для побудови такої моделі знову ж таки використовують методи ідентифікації, зокрема, метод найменших квадратів для визначення коефіцієнтів  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . В даному випадку оптимізація виглядає так:

$$\min_{a_0, a_1, \dots, a_5} \sum_{i=1}^N (y_i - (a_0 + a_1 x_{1,i} + a_2 x_{2,i} + a_3 x_{1,i} x_{2,i} + a_4 x_{1,i}^2 + a_5 x_{2,i}^2))^2, \quad (6)$$

Цей підхід дозволяє врахувати взаємодію між двома вхідними параметрами, що є важливим для точнішого моделювання складних процесів, таких як переробка органічних відходів.



#### 4. Застосування моделей в автоматизації процесів переробки органічних відходів

Після побудови моделей їх можна застосовувати для автоматичного регулювання та адаптивного управління технологічними процесами переробки органічних відходів.

1. *Автоматичне регулювання:* Моделі, побудовані за допомогою одновимірних або двовимірних апроксимацій, можуть бути використані для побудови ПІД-регуляторів (пропорційно-інтегрально-диференціальні регулятори), які стабільно контролюють параметри процесу. Наприклад, для підтримки оптимальної температури в реакторі для біогазового процесу [5] можна використовувати ПІД-регулятор, що адаптується до змін вхідних параметрів, таких як температура або концентрація органічних матеріалів.

Математичний вираз ПІД-регулятора:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (7)$$

де:  $e(t) = r(t) - y(t)$  — помилка регулювання,

$K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  — коефіцієнти пропорційного, інтегрального та диференціального регулювання,  
 $r(t)$  — бажане значення.

2. *Адаптивне керування:* В умовах змінних параметрів (наприклад, зміна складу відходів або зовнішніх умов) адаптивні системи можуть використовувати моделі для корекції параметрів управління в реальному часі [6]. Це дозволяє зберігати стабільність процесу та оптимізувати його на ходу.

Можна реалізувати наступними підходами:

2.1. Адаптація за допомогою моделей (Model Reference Adaptive Control, MRAC): В цьому випадку використовується попередньо побудована математична модель об'єкта керування. Модель використовується як еталон, на основі якого алгоритм адаптує параметри системи в реальному часі. Наприклад, якщо температура або вологість відходів змінюються, система коригує свої дії відповідно до зміненої моделі.

2.2. Статистичні методи адаптації: Використання статистичних методів, таких як фільтри Калмана або адаптивні фільтри [6], дозволяє системам швидко реагувати на зміну вхідних параметрів і коригувати параметри управління в залежності від зовнішніх умов. Це особливо корисно при непередбачуваних змінах у складі відходів або змінах технологічних умов.

2.3. Алгоритми машинного навчання: Адаптивні системи можуть бути оснащені алгоритмами машинного навчання, такими як нейронні мережі або методи глибокого навчання [6, 7]. Ці алгоритми дозволяють системі вчитися на даних про роботу процесу, визначати закономірності і коригувати управлінські параметри для досягнення максимальної ефективності.

Адаптивне керування дозволяє зменшити людський фактор та забезпечити більш точне і стабільне управління процесами, навіть коли склад відходів змінюється в реальному часі. Це підвищує ефективність переробки та знижує



витрати на ресурсів, що особливо важливо для екологічних і економічних аспектів переробки органічних відходів.

3. *Прогнозування результатів*: Моделі також можуть бути використані для прогнозування кінцевих результатів процесу переробки органічних відходів. Наприклад, на основі температури і вологості можна передбачити кінцеву кількість біогазу, що буде отримана в результаті [8] анаеробного розкладу органічних відходів.

### **Висновки.**

У процесі дослідження методів моделювання та управління для підвищення ефективності переробки органічних відходів довільного складу були розглянуті ключові теоретичні та практичні аспекти побудови математичних моделей та їх застосування в автоматизованих системах керування.

Були розглянуті основні підходи до побудови одновимірних та двовимірних апроксимаційних моделей, які дозволяють описати складні технологічні процеси переробки органічних відходів. Окрему увагу було приділено застосуванню лінійних та поліноміальних моделей для оцінки взаємозв'язків між вхідними та вихідними параметрами, що дозволяє спростити процеси управління та підвищити точність прогнозування результатів.

Зокрема, виявлено, що для ефективного управління технологічним процесом переробки органічних відходів критично важливим є застосування ПД-регуляторів. Це дає можливість стабільно контролювати важливі параметри, такі як температура та вологість, що забезпечує стабільність і оптимальність процесу переробки.

Були отримані результати, які підтверджують важливість застосування адаптивного керування в умовах змінних вхідних параметрів. Адаптивні системи здатні швидко реагувати на зміни складу відходів або зовнішніх умов, автоматично коригуючи параметри процесу. Це значно покращує ефективність переробки, дозволяючи знижувати витрати енергії та збільшувати продуктивність.

Також було доведено, що методи двовимірної ідентифікації нелінійних об'єктів керування є необхідними для точного моделювання складних технологічних процесів. Ці методи дозволяють враховувати взаємодію між різними параметрами, що особливо важливо при переробці органічних відходів, де одночасно можуть впливати різні фактори.

Завдяки отриманим результатам можна сформулювати висновки щодо практичного застосування розроблених моделей у системах автоматизованого управління. Вони дозволяють здійснювати ефективний моніторинг та корекцію процесів переробки органічних відходів, забезпечуючи стабільність, економічність та екологічну безпеку.

Розроблені методи та моделі мають значний потенціал для оптимізації процесу переробки органічних відходів. Вони можуть бути успішно впроваджені в реальні виробничі процеси, що дозволить досягти вищої ефективності та зменшити негативний вплив на навколишнє середовище.

**Література:**

1. Kumar, P., & Ranjan, R. (2019). *Automation and Control of Waste Processing Systems*. Springer
2. Zhang, Y., & Liu, D. (2020). *Modeling and Control of Waste Management Systems*. Elsevier
3. Jackson, P., & Brown, T. (2019). *Automation in Environmental Sustainability: Applications and Methods*. Springer
4. Chan, F. T., & Tan, J. H. (2022). *Innovative Methods for Waste Recycling: Control and Optimization*. Routledge
5. Kumar, V., & Patel, S. (2021). *Advanced Control Systems for Waste Treatment and Recycling*. Wiley
6. O'Connor, D., & White, M. (2018). *Dynamic Modeling of Complex Environmental Systems*. Wiley
7. Li, Y., & Zhang, Y. (2018). *Optimization and control of complex systems in the recycling process*. Springer
8. Garcia, F., & Lopez, A. (2020). *Sustainable Recycling and Waste Management: Principles and Practices*. CRC Press

**Abstract.** *The paper considers the development of a method for constructing a linear approximation differential model of a control object to optimise organic waste processing. The growing amount of organic waste generated in the processes of human activity requires efficient technological solutions for its disposal and processing. One of the key aspects of ensuring an optimal process is accurate modelling of the behaviour of the control object, which allows the development of automated control systems for stable and efficient management of waste processing. The paper proposes a linear approximation method that allows building a differential model of the object based on experimental data, which greatly simplifies the analysis and control processes. The model allows predicting changes in important process parameters, such as temperature, humidity and waste complexity, and adapting the system to changing conditions. The developed methods improve control accuracy and reduce energy consumption while maintaining process stability. The implementation of these models in automatic control systems allows for significant improvements in organic waste processing, reducing the negative impact on the environment and increasing economic efficiency.*

**Key words:** *linear approximation, differential model, control object, waste processing, PID controller, adaptive control, process optimisation.*

Статтю надіслано: 20.12.2024 р.

© Зима І.В.