



УДК 624.04

MATRIX METHODS AND THEORETICAL STUDIES OF RODS FOR VIBRO-CREEP

МАТРИЧНІ МЕТОДИ ТА ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТЕРЖНІВ НА ВІБРОПОВЗУЧІСТЬ

Buratynskyi A.P. / Буратинський А.П.

c.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.

ORCID: 0000-0001-5152-3766

Ukrainian State University of Science and Technologies,

Dnipro, 2 Lazariana St, 49010

Український державний університет науки і технологій,

Дніпро, вул. Лазаряна, 2, 49010

Анотація. У статті представлено теоретичні дослідження залізобетонних стержнів з урахуванням віброповзучості бетону. Розглянуто різні теорії віброповзучості та їх застосування до аналізу напружено-деформованого стану стержнів. Особливу увагу приділено матричним методам, які дозволяють ефективно розв'язувати задачі будівельної механіки залізобетону в канонічній формі. Наведено результати чисельних експериментів, які підтверджують адекватність розроблених методів.

Ключові слова: віброповзучість, залізобетон, стержень, матричні методи, теорія старіння, спадкова теорія старіння.

Вступ.

Проблема віброповзучості бетону є актуальною для багатьох галузей будівництва, зокрема, при проектуванні споруд, що піддаються дії динамічних навантажень. Віброповзучість – це процес поступової деформації матеріалу під впливом циклічних навантажень, який може призвести до зниження міцності та довговічності конструкцій.

Існує багато теорій віброповзучості бетону, кожна з яких має свої переваги та недоліки. Вибір робочої теорії залежить від конкретної задачі та доступної інформації про властивості матеріалу.

Метою даної статті є представлення теоретичних досліджень залізобетонних стержнів з урахуванням віброповзучості бетону з використанням матричних методів.

Теоретичні дослідження залізобетонних стержнів з урахуванням віброповзучості бетону.



Багато дослідників займалися розробкою теорії віброповзучості бетону, серед них: К. К. Шкербеліс, А. К. Малмейстер, О. Я. Берг, С. В. Олександрівський, В. Я. Багрій, В. М. Бондаренко, Т. С. Каранфілов, К. С. Карапетян, О. О. Гвоздєв, Ю. М. Кардовський, І. К. Білобров, Е. В. Чудутов, А. Я. Барашиков, О. Б. Голишев та інші.

У даній роботі використовується теорія О. Р. Ржаніцина, яка принципово відрізняється від згаданих, оскільки спільно враховує сили інерції і повзучості. Згідно з цією теорією, рівняння повзучості має вигляд:

$$E y(t) = p(t) - M \ddot{y}(t) + \int_0^t [p(\tau) - M \ddot{y}(\tau)] K(t - \tau) d\tau \quad (1)$$

де $K(t - \tau) = \frac{E-H}{nE} e^{-\frac{H(t-\tau)}{nE}}$ - ядро спадкових залежностей, $M \ddot{y}(t)$ - інерційна сила, яка передається з боку маси.

Точне розв'язання цього інтегро-диференційного рівняння (1) можливе лише для деяких окремих стержнів, а для їх систем розв'язання в замкнутому вигляді просто неможливе. Тому такий підхід зустрічатиме значні математичні труднощі при побудові методів будівельної механіки залізобетону в канонічній формі. З точки зору побудови розв'язку в канонічній формі, на наш погляд, перспективнішим є інший підхід, який розглянутий нами вже раніше і базується на експериментальних даних.

Криві деформацій простої повзучості мають аффіноподібність до кривих деформацій простої віброповзучості при $\rho = \text{const}$. Використання принципу аффіноподібності дозволяє представити міру простої віброповзучості через міру простої повзучості: $\gamma(t, \tau, \omega, H) = K_{\varepsilon}(\omega, H) C(t, \tau)$. Це забезпечує використання відомих теорій повзучості для опису процесів віброповзучості, якщо вібраційні навантаження, що діють, мають гармонійний або майже гармонійний закон зміни в часі і відрізняються стаціонарними значеннями амплітуди H і частоти ω . Віброповзучість виявляється при одночасній дії вібраційних і статичних навантажень і виражається в підвищеному зростанні деформацій повзучості конструкцій в часі. Розрахунок деформацій віброповзучості відрізняється від звичайного розрахунку лише введенням



коефіцієнта віброповзучості K_v до міри повзучості в рівняннях реології механічного стану матеріалів.

Даний підхід застосовується до лінійних інтегральних рівнянь Вольтера другого роду у вигляді:

$$E_0 \varepsilon(t) = a(t) \sigma(t) + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) K_{\text{вп}}(t, \tau) d\tau,$$

$$K_{\text{вп}}(t, \tau) = K_{\text{в}} K(t, \tau) = -K_{\text{в}} \frac{\partial}{\partial \tau} [a(\tau) + \varphi(t, \tau)] \quad (2)$$

Стержень з початковим прогином при динамічному стисненні

В працях С. О. Слободянюка досліджено деформування симетрично армованого шарнірно-опертого залізобетонного стержня з початковим прогином при тривалому статичному навантаженні. Нами розглянуто симетрично армований шарнірно-опертий залізобетонний стержень з початковим прогином при тривалому статичному навантаженні. На стержень діє одночасна дія постійної та змінної в часі t динамічної (вібраційної) стискаючої сили:

$$P(t) = P + \Delta P \sin(\omega(t - t_0)) \quad (3)$$

де P - постійна частина сили, ΔP - амплітуда змінної частини сили, ω - кругова частота коливань сили.

Диференціальне рівняння переміщення стержня приводиться до вигляду:

$$E_0 I B_\lambda \ddot{y}(x, t) + \Lambda P(t) y(x, t) = -e(x) \Lambda P(t) \quad (4)$$

Рівняння амплітуди прогину має вигляд:

$$(K - \Gamma \rho(t)) f(t) = e_0 \Gamma \rho(t) \quad (5)$$

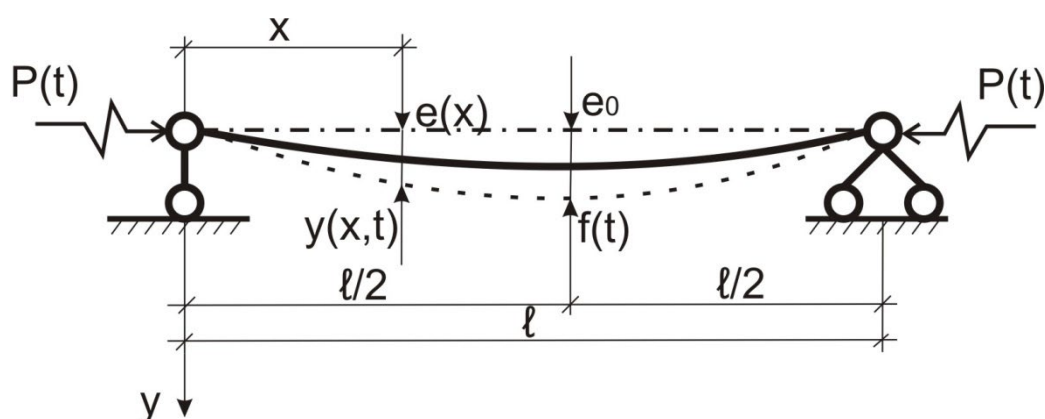


Рисунок 1 - Деформований стан стержня з початковим прогином



Рівняння для динамічної часової функції $F(t)$ в операторній формі:

$$[(1 - \lambda)V + (\lambda - \rho)\Lambda - \Lambda\Delta\rho(t)]F(t) = (1 - \rho)\Lambda \left[1 + \frac{\Delta\rho}{\rho} \sin\omega(t - t_0) \right] \quad (6)$$

Розв'язок задачі по теорії старіння

У теорії старіння при постійному модулі пружності рівняння (6) приводиться до виду:

$$\left(1 - \frac{\Delta\rho}{1-\rho} \sin \omega\varphi \right) \dot{F}(\varphi) + \left[K_{\text{вп}} \frac{\lambda-\rho}{1-\rho} - \frac{\Delta\rho}{1-\rho} (\omega \cos \omega\varphi + K_{\text{вп}} \sin \omega\varphi) \right] F(\varphi) = K_{\text{вп}} + \frac{\Delta\rho}{\rho} (\omega \cos \omega\varphi + K_{\text{вп}} \sin \omega\varphi) \quad (7)$$

Розв'язок рівняння знайдемо методом прямого розкладання по малому параметру $F(\varphi) = F_0(\varphi) + \Delta\rho F_1(\varphi) + \Delta\rho^2 F_2(\varphi)$.

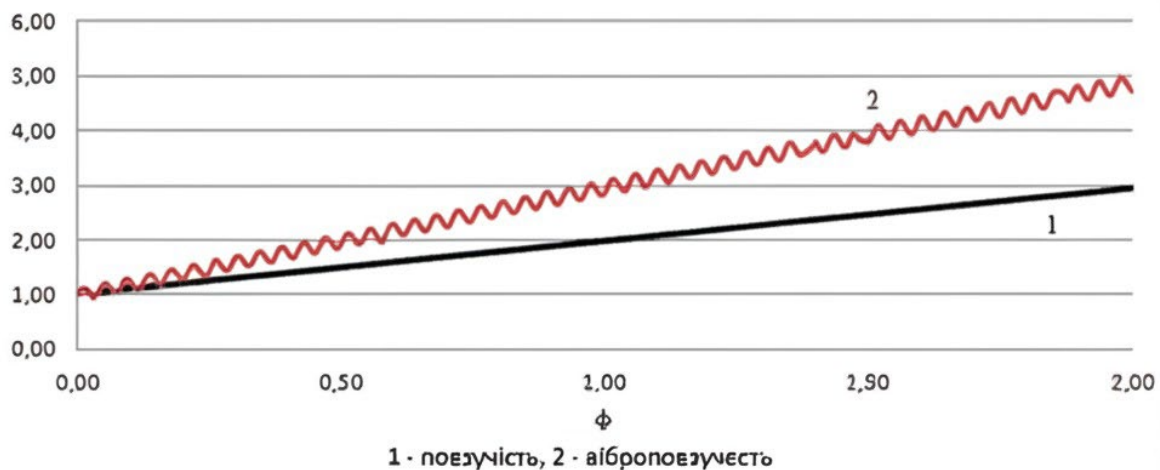


Рисунок 2 - Значення часових функцій $F(\varphi)$ залежно від φ по ТС

Диференціальне рівняння представлене для спадкової теорії старіння з урахуванням зростання модуля пружності бетону в часі:

$$k_2(t)\ddot{F}(t) - \Delta\rho B_2(t)\ddot{F}(t) + k_2(t)\dot{F}(t) - \Delta\rho B_2(t)\dot{F}(t) + \xi\rho_c(t)F(t) - \Delta\rho B_c(t)F(t) = b_c(t) + \Delta\rho B_c(t) \quad (8)$$

Застосувавши знову метод розкладання по малому параметру $\Delta\rho$, враховуючи що для отримання точного рішення рівняння, можливо при умові $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$:



$$F_0(t) = 1 + F_0(0) \int_{t_0}^t e^{-\frac{A_0}{C_0}(t-t_0) - \left(\frac{A_0}{\gamma C_0} - \frac{B_0}{D_0}\right) \ln \frac{C_0 + D_0 e^{-\gamma t}}{C_0 + D_0 e^{-\gamma t_0}}} dt \quad (9)$$

де $\dot{F}(0) = \frac{1-\lambda}{1-\rho} \gamma (\varphi_1 + \varphi_2 e^{-\gamma t}) K_B$, $A_0 = \gamma \frac{1-\gamma}{1-\rho} + \gamma \zeta (K_B \varphi_1 + a)$, $B_0 = \zeta (K_B \gamma \varphi_3 e^{-\gamma t_0} + K_B \gamma \varphi_2 + (K_B - 2) \gamma \varphi_3 e^{-\gamma t_0})$, $C_0 = \frac{1-\gamma}{1-\rho} + \zeta \varphi_1 a$, $D_0 = \zeta \varphi_3 e^{-\gamma t_0}$.

Наступний розрахунок наближення зустрічає значні математичні труднощі, і виконати його розв'язок в замкнутому вигляді не представляється можливим. Тому розв'язок візьмемо наближене, у вигляді: $F(t) \approx F_0(t)$.

Практичне розв'язання тестової задачі нами було виконано трьома методами. Першим - методом малого параметра з використанням формули (9), другим - методом Рунге-Кутта четвертого порядку точності з комп'ютерною реалізацією в математичному пакеті «MathCad». Третім - методом початкових параметрів віброповзучості (МППВП). Результати їх розв'язання представлені на рис. 3 (віброповзучість) і рис. 4 (повзучість і віброповзучість).

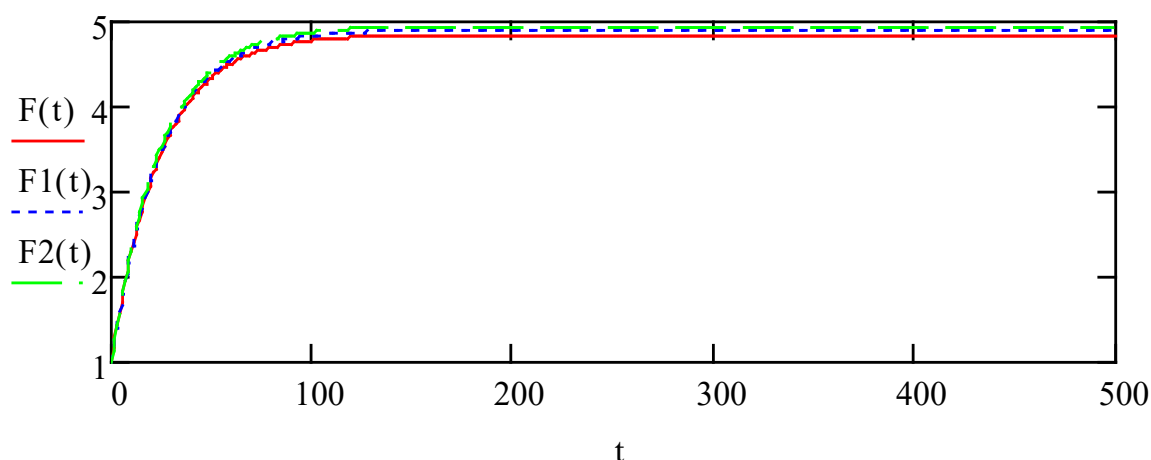
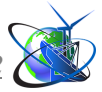


Рисунок 3 - Значення часових функцій $F(t)$ в залежності від t (добу) по СТС: (—) - метод Рунге-Кутта, (- - - -) - метод малого параметра, (- - - -) - матричний метод МППВП (віброповзучість)

Як видно з рисунків 3 і 4, графіки зростання динамічної часової функції $F_D(t)$ в залежності від часу t (добу) для стержня з початковим прогином, обчислені за трьома незалежними методами, практично повністю збіглися. Граничне, найбільше значення її склало $F_D(500) = 4,85$ для методу Рунге-Кутта і $F_D(500) = 4,95$ для МППВП, тобто помилка склала всього 2%. Результати повністю



збіглися цими трьома методами для статичної часової функції $F_{st}(t)$. Граничне, найбільше значення її склало $F_{cm}(500) = 3$. Також аналіз результатів показує, що динамічна часова функція (віброповзучості) на межі перевищила статичну (повзучості) на 65% при коефіцієнті віброповзучості $K_v = 2$. Збіг результатів свідчить про коректність отриманих розв'язків.

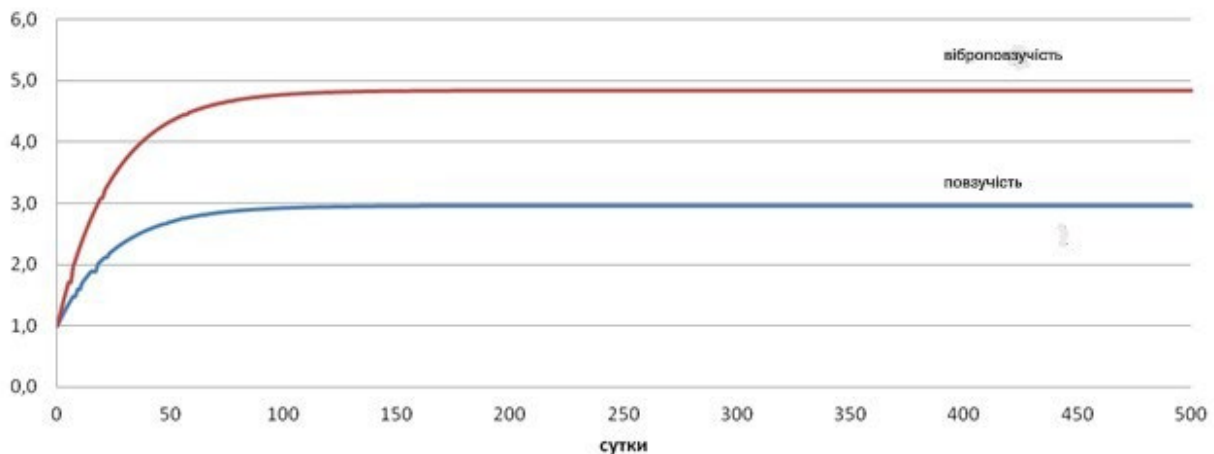


Рисунок 4 - Значення часових функцій $F(t)$ в залежності від t по СТС

Висновки.

У статті представлено теоретичні дослідження залізобетонних стержнів з урахуванням віброповзучості бетону. Інтегральне рівняння лінійної теорії повзучості може бути представлено в матричній формі початкових параметрів повзучості з використанням ряду Тейлора поліпшеної збіжності. Модифікований метод початкових параметрів повзучості дозволяє уникнути необхідності розгляду інтегро-диференціальних рівнянь повзучості, зводячи розрахунки до матричних процедур. На основі модифікованого метода початкових параметрів повзучості побудовано метод для теорії віброповзучості бетону. Розроблено матричні методи, які дозволяють ефективно розв'язувати задачі будівельної механіки залізобетону в канонічній формі. Результати чисельних експериментів підтверджують адекватність розроблених методів. Розв'язана задача віброповзучості стиснутих залізобетонних стержнів по теорії старіння і спадковій теорії старіння.



Література:

1. Slobodyanyuk, S.; Buratynskiy, A. Deformation calculation of space reinforced concrete frame by fem with allowance for vibrocreep of concrete // *Opir materialiv i teoria sporud-strength of materials and theory of structures*. Київ, 2019. – Вип. 103. - с. 219-234.
2. Яценко Е.А., Слободянюк С.А. Теория длительной прочности и устойчивости стержневых железобетонных систем с учетом ползучести бетона. Дніпропетровськ: ПДАБтаА, Пороги, 2002. – 249 с.
3. Буратинский А. П. Операторі виброползучести и признаки их коммутативности // *Международная научно-практическая интернет-конференция «Состояние современной строительной науки - 2011»*. Полтава, 2011. - с. 139 – 141.
4. Buratynskyi A.P. Calculation of reinforced concrete bar system based on deformed scheme and creep under static and vibration loading. Ph. D. thesis. Dnipropetrovsk, 2014. - p. 173.
5. Берг О. Я. Фізичні основи теорії міцності бетону та залізобетону. – М.: Стройиздат, 1961. – 96 с.
6. Александровский С.В., Багрий В.Я. Ползучесть бетона при периодических воздействиях - М.: Стройиздат, 1970. – 168 с.
7. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона – Х.: Харьковский университет, 1968. – 324 с.
8. Ржаницын А.Р. Теория ползучести – М.: Стройиздат, 1968. - 416 с.
9. Calculation of spatial reinforced concrete frames taking into account the deformation scheme and vibrocreep / *International scientific conference «Modern systems of science and education in the USA, EU and other countries '2024»*, 01.2024. – с. 45 – 48.

Abstract. The paper presents theoretical studies of reinforced concrete rods with consideration of concrete vibro-creep. Various theories of vibro-creep and their application to the analysis of the stress-strain state of rods are considered. Particular attention is paid to matrix methods, which allow solving the problems of structural mechanics of reinforced concrete in the canonical form. The results of numerical experiments are presented to confirm the adequacy of the developed methods.



Key words: *vibro-creep, reinforced concrete, bar, matrix methods, aging theory, hereditary aging theory.*

Статтю надіслано: 29.03.2025 г.

© Буратинський А.П.